Guía docente de la asignatura

Fundamentos Geométricos de la Relatividad General y Gravitación (M53/56/4/23)

Fecha de aprobación por la Comisión Académica: 02/07/2025

Máster	Máster Universitario en Física y Matemáticas - Fisymat
MÓDULO	Módulo IV : Física Teórica y Matemática
RAMA	Ciencias
CENTRO RESPONSABLE DEL TÍTULO	Escuela Internacional de Posgrado

Semestre	Segundo	**Créditos**	6	**Tipo**	Optativa	**Tipo de enseñanza**	Presencial

PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES

Se recomienda haber cursado alguna asignatura donde se hayan introducido las variedades diferenciables, como "Principios de Geometría y Aplicaciones en Física" (del primer cuatrimestre en el máster) o Relatividad General en el grado.

BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (Según memoria de verificación del Máster)

Con este curso se proporciona un contenido básico sobre aspectos matemáticos relevantes de los espacio-tiempos de la Relatividad General (R.G.) Desde que Einstein extendió en 1915 el espacio-tiempo de Lorentz-Minkowski a una variedad de Lorentz curvada para modelar campos gravitatorios, la Geometría de Lorentz, en su aspecto local, ha sido la herramienta fundamental en esta rama de la Física. En la década de los setenta, a partir de los trabajos de Hawking, Penrose, Geroch y otros sobre la estructura global del universo ("big bang", colapso gravitatorio, propiedades de los agujeros negros etc.) la necesidad de desarrollar nuevas técnicas geométricas para el estudio de los modelos cosmológicos pasó a un primer plano. Esto ha constituido un gran aliciente para el espectacular desarrollo contemporáneo de la Geometría de Lorentz global.

El curso se dirige a alumnos procedentes de Física y Matemáticas con el objetivo de que adquieran conocimientos en R.G. desde ambos puntos de vista. Así, el matemático no sólo aprenderá herramientas y problemas geométricos de candente interés, sino que deberá asimilar el punto de vista y motivaciones de los físicos relativistas. Los físicos deberán estudiar la formulación

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/
Código seguro de verificación (CSV): B8862FF90C80AE4701EC8CE975850EA1
06/05/2026 - 10:57
Pág. 1 de 7

matemáticamente rigurosa de la R.G., la cual resulta imprescindible para un conocimiento claro, profundo y puesto al día de esta teoría.

COMPETENCIAS

COMPETENCIAS BÁSICAS

- CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación.
- CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.
- CB8 - Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.
- CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.
- CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

COMPETENCIAS GENERALES

- CG04 - Saber comunicarse con la comunidad académica y científica en su conjunto, con la empresa y con la sociedad en general acerca de la Física y/o Matemáticas y sus implicaciones académicas, productivas o sociales
- CG05 - Adquirir la capacidad de desarrollar un trabajo de investigación científica de forma independiente y en toda su extensión. Ser capaz de buscar y asimilar bibliografía científica, formular las hipótesis, plantear y desarrollar problemas y elaborar de conclusiones de los resultados obtenidos

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

- CE03 - Tener capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos matemáticos avanzados, y profundizar en los distintos campos de las matemáticas
- CE04 - Tener capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos físicos avanzados, y profundizar en los distintos campos de la física y astrofísica
- CE07 - Capacidad para comprender y poder aplicar conocimientos avanzados de matemáticas y métodos numéricos o computacionales a problemas de biología, física y astrofísica, así como elaborar y desarrollar modelos matemáticos en ciencias, biología e ingeniería.

COMPETENCIAS TRANSVERSALES

- CT03 - Desarrollar el razonamiento crítico y la capacidad de crítica y autocrítica
- CT05 - Capacidad de aprendizaje autónomo y responsabilidad (análisis, síntesis, iniciativa y trabajo en equipo

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/ 06/05/2026 - 10:57
Código seguro de verificación (CSV): B8862FF90C80AE4701EC8CE975850EA1 Pág. 2 de 7

COMPETENCIAS

COMPETENCIAS BÁSICAS

- CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación.
- CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.
- CB8 - Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.
- CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.
- CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

COMPETENCIAS GENERALES

- CG04 - Saber comunicarse con la comunidad académica y científica en su conjunto, con la empresa y con la sociedad en general acerca de la Física y/o Matemáticas y sus implicaciones académicas, productivas o sociales
- CG05 - Adquirir la capacidad de desarrollar un trabajo de investigación científica de forma independiente y en toda su extensión. Ser capaz de buscar y asimilar bibliografía científica, formular las hipótesis, plantear y desarrollar problemas y elaborar de conclusiones de los resultados obtenidos

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

- CE03 - Tener capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos matemáticos avanzados, y profundizar en los distintos campos de las matemáticas
- CE04 - Tener capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos físicos avanzados, y profundizar en los distintos campos de la física y astrofísica
- CE07 - Capacidad para comprender y poder aplicar conocimientos avanzados de matemáticas y métodos numéricos o computacionales a problemas de biología, física y astrofísica, así como elaborar y desarrollar modelos matemáticos en ciencias, biología e ingeniería.

COMPETENCIAS TRANSVERSALES

- CT03 - Desarrollar el razonamiento crítico y la capacidad de crítica y autocrítica
- CT05 - Capacidad de aprendizaje autónomo y responsabilidad (análisis, síntesis, iniciativa y trabajo en equipo

RESULTADOS DE APRENDIZAJE (Objetivos)

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/ 06/05/2026 - 10:57
Código seguro de verificación (CSV): B8862FF90C80AE4701EC8CE975850EA1 Pág. 3 de 7

El alumno comprenderá:

-Formulación matemáticamente precisa de resultados y nociones físicas de la Relatividad.

-Propiedades invariantes conformes de la Geometría de Lorentz, con sus aplicaciones a la Causalidad de espaciotiempos.

-Nociones y resultados de singularidades empezando incluyendo la ecuación de Raychaudhuri y algunos resultados clásicos tanto en el contexto cosmológico global (Big-Bang, teorema de Hawking) como en el de colapso gravitatorio (agujeros negros, teorema de Penrose).

-Formulación precisa del problema de valores iniciales en Relatividad General.

-Soluciones más emblemáticas de las ecuaciones de Einstein

El alumno será capaz de:

-Dominar el formalismo de espinores.

-Extender las técnicas de la Geometría Riemanniana clásica a la Geometría de Lorentz, entendiendo con precisión las diferencias y similitudes entre ambas Geometrías.

-Dominar la física descrita por las ecuaciones de Einstein.

-Entender la importancia de simetrías en sistemas físicas

-Relacionar e interpretar la formulación matemática de propiedades físicas

PROGRAMA DE CONTENIDOS TEÓRICOS Y PRÁCTICOS

TEÓRICO

TEMARIO TEÓRICO-PRÁCTICO

Parte I. Fundamentos de Geometría de Lorentz y Relatividad General

I.1 Algebra Lineal lorentziana y aplicaciones a Relatividad Especial.

I.2 Grupo de Lorentz y aplicación espinorial

I.3 Geometría Riemanniana frente a Lorentziana

I.4 Geometría Lorentziana conforme global y Teoría de la Causalidad.

I.5 Campos de observadores

I.6 Ecuación de Raychaudhuri y singularidades

I.7 Ecuación de Einstein

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/ 06/05/2026 - 10:57
Código seguro de verificación (CSV): B8862FF90C80AE4701EC8CE975850EA1 Pág. 4 de 7

Parte II. Relatividad General Avanzada y Gravitación

II.1 Algebra de Lorentz y de Poincaré y sus representaciones

II.2 Física de las ecuaciones de Einstein: condiciones de energía, cantidades conservadasII.3 Estructura causal y diagramas de Penrose

II.4 Agujeros negros: soluciones, teoremas de unicidad, aspectos cuánticos de la gravedad

II.5 Aproximación del campo débil, ondas gravitacionales

II.6 Formalismo del Vielbein

PRÁCTICO

Cada parte contiene unos contenidos prácticos en los que se desarrollan ejemplos y aplicaciones.

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA FUNDAMENTAL

J.K. Beem, P.E. Ehrlich and K.L. Easley: Global Lorentzian Geometry. Second Edition, Pure and Appl. Math. 202, Marcel Dekker, 1996.

S. Carroll, Spacetime and Geometry, Addison-Wesley, 2004.

S.W. Hawking and G.F.R. Ellis: The Large Scale Structure of Spacetime. Cambridge Univ. Press, 1973.

S. Hawking and R. Penrose: The Nature of Space and Time. Princeton University Press, 1996.

M.A. Javaloyes, M. Sánchez: An Introduction to Lorentzian Geometry and its Applications. Sao Carlos: Rima 2010, ISBN: 978-85-7656-180-4.

K. Landsman. Foundations of General Relativity: From Einstein to Black Holes. Nijmegen: Radboud University Press. (2021), publicación en abierto, DOI: https://doi.org/10.54195/EFVF4478

T. Ortín, Gravity and Strings, Cambridge University Press, 2004.

F.J. Palomo y A. Romero: Certain actual topics on modern Lorentzian geometry en : Handbook of Differential Geometry (Edit. F. Dillen y L. Verstraelen para Elsevier), Vol. 2 (2006) 513-546.

E. Poisson: A relativist's Toolkit. Cambridge University Press, 2007.

H. Ringström: The Cauchy problem in general relativity. ESI Lectures in Mathematics and Physics. European Mathematical Society (EMS), Zürich, 2009.

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/
Código seguro de verificación (CSV): B8862FF90C80AE4701EC8CE975850EA1
06/05/2026 - 10:57
Pág. 5 de 7

A. Romero, Geometría de Lorentz: de lenguaje a herramienta básica en Relatividad General, Facultat de Matematiques i Estadística, UPC, Conferencies FME, Curs Einstein 2004-2005, Vol. **2** (2006), 127-151.

R.K. Sachs and H.Wu: General Relativity for Mathematicians. Graduate texts in Math., 48, Springer-Verlag, 1977.

R.K. Sachs and H.Wu: General Relativity and Cosmology. Bull. Amer. Math. Soc., 83 (1997), 1101-1164.

B. Thide: Electromagnetic Field Theory. Upsilon books, 2004.

R.M. Wald: General Relativity. University of Chicago Press, Chicago, 1984

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

A.N. Bernal, M. Sánchez: Un paseo por las geometrías del espaciotiempo en el centenario de la Relatividad General, La Gaceta de la RSME Vol. 18 (2015), Núm. 3, Págs. 521–542.

ENLACES RECOMENDADOS

http://relativity.livingreviews.org/

http://www.damtp.cam.ac.uk/user/gr/public/index.html

METODOLOGÍA DOCENTE

- MD01 Lección magistral
- MD02 Resolución de problemas y estudio de casos prácticos
- MD03 Prácticas de laboratorio
- MD04 Seminarios
- MD06 Realización de trabajos individuales o en grupos

EVALUACIÓN (instrumentos de evaluación, criterios de evaluación y porcentaje sobre la calificación final)

EVALUACIÓN ORDINARIA

(E1) Valoración de las pruebas, ejercicios, prácticas o problemas realizados individualmente o en grupo a lo largo del curso (90%). La evaluación de la actividad entregada se podrá complementar oralmente, según criterio del profesor.

(E4) Valoración de la asistencia y participación del alumno en clase y en los seminarios, y sus aportaciones en las actividades desarrolladas (10%).

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/
Código seguro de verificación (CSV): **B8862FF90C80AE4701EC8CE975850EA1**
06/05/2026 - 10:57
Pág. 6 de 7

- Parte I: Entrega de problemas
- Parte II: Trabajo de investigación
- Parte III: Entrega de problemas

La evaluación de la actividad entregada se podrá complementar con una sesión oral sobre ella.

EVALUACIÓN ÚNICA FINAL

Sesión oral en la que se defenderán tareas de cada una de las tres partes previamente entregadas.

INFORMACIÓN ADICIONAL

Información de interés para estudiantado con discapacidad y/o Necesidades Específicas de Apoyo Educativo (NEAE): Gestión de servicios y apoyos (https://ve.ugr.es/servicios/atencion-social/estudiantes-con-discapacidad).

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/
Código seguro de verificación (CSV): B8862FF90C80AE4701EC8CE975850EA1
06/05/2026 - 10:57
Pág. 7 de 7