Guía docente de la asignatura

Simetrías y Grupos de Lie en Física Matemática (M53/56/3/29)

Fecha de aprobación por la Comisión Académica: 02/07/2025

Máster	Máster Universitario en Física y Matemáticas - Fisymat
MÓDULO	Módulo IV : Física Teórica y Matemática
RAMA	Ciencias
CENTRO RESPONSABLE DEL TÍTULO	Escuela Internacional de Posgrado

Semestre	Primero	**Créditos**	6	**Tipo**	Optativa	**Tipo de enseñanza**	Presencial

PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES

Se recomienda soltura en el manejo del Cálculo Diferencial y del Álgebra Lineal.

BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (Según memoria de verificación del Máster)

A. Fundamentos Matemáticos.

A1. Grupos de Lie. Subgrupos uniparamétricos y Álgebras de Lie. Grupos lineales general y especial, grupos unitarios, grupos ortogonales, grupos simplécticos, grupos euclidianos y de Poincaré.

A2. La aplicación exponencial. Fórmula de Baker-Hausdorff-Campbel.

A3. Representaciones Lineales. Representaciones adjuntas y coadjuntas. Representaciones irreducibles. Suma directa y producto tensor. Descomposición de representaciones. Teorema de Peter-Weyl. Representaciones de SO(3) y SU(2).

A4. Perspectiva de la teoría general: álgebras de Lie semisimples. Diagramas de pesos y raíces. Ejemplos. Representaciones de SU(3).

B. Aplicaciones Físico-Matemáticas

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/
Código seguro de verificación (CSV): 23652AC1B6F3C2580E1CE31119849CF4
06/05/2026 - 10:56
Pág. 1 de 8

B.1 Simetrías Básicas en Mecánica y Teoría Clásica de Campos. Invariantes Noether y Variedad de Soluciones.

B.2 Representaciones Unitarias e Irreducibles de Algebras de Poisson: Cuantización sobre Grupos

B.3 Simetría de las Teorías Gauge: Interacciones "Internas" (asociadas a simetrías internas) y Gravitación.

B.4. Cuantización Unitaria y Finita de Teorías de Stueckelberg No Abelianas. Teorías Gauge Masivas. Generalización del Modelo Estándar de Partículas.

COMPETENCIAS

COMPETENCIAS BÁSICAS

- CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación.
- CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.
- CB8 - Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.
- CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.
- CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

COMPETENCIAS GENERALES

- CG01 - Saber trabajar en un equipo multidisciplinar y gestionar el tiempo de trabajo
- CG02 - Capacidad de generar y desarrollar de forma independiente propuestas innovadoras y competitivas en la investigación y en la actividad profesional en el ámbito científico de la Física y Matemáticas
- CG04 - Saber comunicarse con la comunidad académica y científica en su conjunto, con la empresa y con la sociedad en general acerca de la Física y/o Matemáticas y sus implicaciones académicas, productivas o sociales
- CG05 - Adquirir la capacidad de desarrollar un trabajo de investigación científica de forma independiente y en toda su extensión. Ser capaz de buscar y asimilar bibliografía científica, formular las hipótesis, plantear y desarrollar problemas y elaborar de conclusiones de los resultados obtenidos

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/
Código seguro de verificación (CSV): 23652AC1B6F3C2580E1CE31119849CF4
06/05/2026 - 10:56
Pág. 2 de 8

- CE01 - Resolver problemas físicos y matemáticos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos
- CE02 - Desarrollar la capacidad de decidir las técnicas adecuadas para resolver un problema concreto con especial énfasis en aquellos problemas asociados a la Modelización en Ciencias e Ingeniería, Astrofísica, Física, y Matemáticas
- CE03 - Tener capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos matemáticos avanzados, y profundizar en los distintos campos de las matemáticas
- CE04 - Tener capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos físicos avanzados, y profundizar en los distintos campos de la física y astrofísica
- CE06 - Demostrar la capacidad necesaria para realizar un análisis crítico, evaluación y síntesis de resultados e ideas nuevas y complejas en el campo de la astrofísica, física, matemáticas y biomatemáticas

COMPETENCIAS TRANSVERSALES

- CT03 - Desarrollar el razonamiento crítico y la capacidad de crítica y autocrítica
- CT05 - Capacidad de aprendizaje autónomo y responsabilidad (análisis, síntesis, iniciativa y trabajo en equipo

COMPETENCIAS

COMPETENCIAS BÁSICAS

- CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación.
- CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.
- CB8 - Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.
- CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.
- CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

COMPETENCIAS GENERALES

- CG01 - Saber trabajar en un equipo multidisciplinar y gestionar el tiempo de trabajo
- CG02 - Capacidad de generar y desarrollar de forma independiente propuestas innovadoras y competitivas en la investigación y en la actividad profesional en el ámbito científico de la Física y Matemáticas
- CG04 - Saber comunicarse con la comunidad académica y científica en su conjunto, con la empresa y con la sociedad en general acerca de la Física y/o Matemáticas y sus implicaciones académicas, productivas o sociales
- CG05 - Adquirir la capacidad de desarrollar un trabajo de investigación científica de

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/
Código seguro de verificación (CSV): 23652AC1B6F3C2580E1CE31119849CF4
06/05/2026 - 10:56
Pág. 3 de 8

forma independiente y en toda su extensión. Ser capaz de buscar y asimilar bibliografía científica, formular las hipótesis, plantear y desarrollar problemas y elaborar de conclusiones de los resultados obtenidos

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

- CE01 - Resolver problemas físicos y matemáticos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos
- CE02 - Desarrollar la capacidad de decidir las técnicas adecuadas para resolver un problema concreto con especial énfasis en aquellos problemas asociados a la Modelización en Ciencias e Ingeniería, Astrofísica, Física, y Matemáticas
- CE03 - Tener capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos matemáticos avanzados, y profundizar en los distintos campos de las matemáticas
- CE04 - Tener capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos físicos avanzados, y profundizar en los distintos campos de la física y astrofísica
- CE06 - Demostrar la capacidad necesaria para realizar un análisis crítico, evaluación y síntesis de resultados e ideas nuevas y complejas en el campo de la astrofísica, física, matemáticas y biomatemáticas

COMPETENCIAS TRANSVERSALES

- CT03 - Desarrollar el razonamiento crítico y la capacidad de crítica y autocrítica
- CT05 - Capacidad de aprendizaje autónomo y responsabilidad (análisis, síntesis, iniciativa y trabajo en equipo

RESULTADOS DE APRENDIZAJE (Objetivos)

El alumno comprenderá:

-La noción matemática de grupo de Lie, las propiedades fundamentales de los mismos y sus morfismos, así como el conocimiento de varios ejemplos básicos en Física Matemática.

-La comprensión de la construcción del álgebra de Lie asociada a un grupo de Lie y la transferencia de información entre estos objetos algebraicos.

-El concepto de representación lineal de un grupo de Lie y su relación con la de representación de su álgebra de Lie.

-La noción de grupo de Lie y álgebra de Lie semisimple y conceptos inherentes (como pesos, sistema de raíces), y un conocimiento detallado de las representaciones finito dimensionales de los grupos U(1), SU(2), SO(3), SU(3).

- Una visión geométrica y algebraica de la formulación de la Mecánica y Teoría de Campos.

- La comprensión del papel relevante en Física del empleo de las simetrías asociadas a Grupos de Lie.

- Un mejor entendimiento de la estructura simpléctica de la variedad de soluciones de un problema Físico como órbitas co-adjuntas de Grupos de Lie. Aplicaciones a grupos unitarios SU(N).

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/
Código seguro de verificación (CSV): 23652AC1B6F3C2580E1CE31119849CF4
06/05/2026 - 10:56
Pág. 4 de 8

- Y con ello de una forma de Cuantización no Canónica, Grupo-Teórica, necesaria para los sistemas No-Lineales, como por ejemplo, los Modelos Sigma no Lineales con simetrías SO(N) y SU(N).

El alumno será capaz de:

- Calcular el álgebra de Lie de varios ejemplos fundamentales de grupo de Lie.

-Manejar las nociones y operaciones básicas con representaciones, como equivalencia de representaciones, suma directa, producto tensor, representación irreducible y representación completamente reducible.

-Calcular bases ortogonales de funciones representativas sobre grupos compactos a partir de sus representaciones irreducibles.

- Identificar las simetrías espacio-temporales e internas relevantes de sistemas Mecánicos y en Teoría de Campos.

- Saber calcular los generadores infinitesimales y observables físicos asociados a dichas simetrías.

- Hacer uso de dichas simetrías para construir la teoría cuántica de modelos sencillos como una representación de las mismas en un espacio de Hilbert.

PROGRAMA DE CONTENIDOS TEÓRICOS Y PRÁCTICOS

TEÓRICO

A. Fundamentos Matemáticos.

A1. Grupos de Lie. Subgrupos uniparamétricos y Álgebras de Lie. Grupos lineales general y especial, grupos unitarios, grupos ortogonales, grupos simplécticos, grupos euclidianos y de Poincaré.

A2. La aplicación exponencial. Fórmula de Baker-Hausdorff-Campbel.

A3. Representaciones Lineales. Representaciones adjuntas y coadjuntas. Representaciones irreducibles. Suma directa y producto tensor. Descomposición de representaciones. Teorema de Peter-Weyl. Representaciones de SO(3) y SU(2).

A4. Perspectiva de la teoría general: álgebras de Lie semisimples. Ejemplos. Diagramas de pesos y raíces. Representaciones de SU(3).

B. Aplicaciones Físico-Matemáticas

B.1 Simetrías Básicas en Mecánica y Teoría Clásica de Campos. Invariantes Noether y Variedad de

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/ 06/05/2026 - 10:56
Código seguro de verificación (CSV): 23652AC1B6F3C2580E1CE31119849CF4 Pág. 5 de 8

Soluciones.

B.2 Representaciones Unitarias e Irreducibles de Algebras de Poisson: Cuantización sobre Grupos

B.3 Simetría de las Teorías Gauge: Interacciones "Internas" (asociadas a simetrías internas) y Gravitación.

B.4. Cuantización Unitaria y Finita de Teorías de Stueckelberg No Abelianas. Teorías Gauge Masivas. Generalización del Modelo Estándar de Partículas.

PRÁCTICO

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA FUNDAMENTAL

-Baker, A. Matrix groups. An introduction to Lie Group Theory, Springer, 1989.

-Hall, B. C. Lie Groups, Lie Algebras, and Representations. An elementary introduction. Springer, 2003.

-Humpreys, J. E. Introduction to Lie Algebras and Representation Theory, Springer, 1990.

-Isham, C. J. Modern Differential Geometry for Physics, World Scientific, 2001.

-Postnikov, M. Lectures in Geometry, Semester V. Lie Groups and Lie Algebras, URSS Publishers Moscow, 1986.

-Varadarajan, V. S. Lie Groups, Lie Algebras and their Representations, Springer, 1984.

-Fonda, L and Ghirardi, G. Symmetry principles in quantum physics, Marcel Dekker, New York (1970)

-Hamermesh, M. Group theory and its application to physical problems, Dover Publications (1989)

-Greiner, W. and Muller, B. Quantum Mechanics: Symmetries, Springer (1994)

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

METODOLOGÍA DOCENTE

- MD01 Lección magistral
- MD02 Resolución de problemas y estudio de casos prácticos
- MD04 Seminarios

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/ 06/05/2026 - 10:56
Código seguro de verificación (CSV): 23652AC1B6F3C2580E1CE31119849CF4 Pág. 6 de 8

- MD06 Realización de trabajos individuales o en grupos

EVALUACIÓN (instrumentos de evaluación, criterios de evaluación y porcentaje sobre la calificación final)

EVALUACIÓN ORDINARIA

El artículo 17 de la Normativa de Evaluación y Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada establece que la convocatoria ordinaria estará basada preferentemente en la evaluación continua del estudiante, excepto para quienes se les haya reconocido el derecho a la evaluación única final.

E1. Valoración de las pruebas, ejercicios, prácticas o problemas realizados individualmente o en grupo a lo largo del curso.

E2. Realización, exposición y defensa final de informes, trabajos, proyectos y memorias realizadas de forma individual o en grupo

E3. Realización de exámenes parciales o finales escritos.

E4. Valoración de la asistencia y participación del alumno en clase y en los seminarios, y su aportación en las actividades desarrolladas.

Código	Ponderación Mínima	Ponderación Máxima
E1	30%	60%
E2	20%	50%
E3	10%	30%
E4	0%	20%

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/
Código seguro de verificación (CSV): 23652AC1B6F3C2580E1CE31119849CF4
06/05/2026 - 10:56
Pág. 7 de 8

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA

El artículo 19 de la Normativa de Evaluación y Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada establece que los estudiantes que no hayan superado la asignatura en la convocatoria ordinaria dispondrán de una convocatoria extraordinaria. A ella podrán concurrir todos los estudiantes, con independencia de haber seguido o no un proceso de evaluación continua. De esta forma, el estudiante que no haya realizado la evaluación continua tendrá la posibilidad de obtener el 100% de la calificación mediante la realización de una prueba y/o trabajo. Dicha prueba consistirá en un examen sobre contenidos teóricos y resolución de problemas sobre el temario.

EVALUACIÓN ÚNICA FINAL

El artículo 8 de la Normativa de Evaluación y Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada establece que podrán acogerse a la evaluación única final, el estudiante que no pueda cumplir con el método de evaluación continua por causas justificadas.

Para acogerse a la evaluación única final, el estudiante, en las dos primeras semanas de impartición de la asignatura o en las dos semanas siguientes a su matriculación si ésta se ha producido con posterioridad al inicio de las clases o por causa sobrevenidas. Lo solicitará, a través del procedimiento electrónico, a la Coordinación del Máster, quien dará traslado al profesorado correspondiente, alegando y acreditando las razones que le asisten para no poder seguir el sistema de evaluación continua.

Dicha prueba consistirá en un examen sobre contenidos teóricos y resolución de problemas sobre el temario.

INFORMACIÓN ADICIONAL

Información de interés para estudiantado con discapacidad y/o Necesidades Específicas de Apoyo Educativo (NEAE): Gestión de servicios y apoyos (https://ve.ugr.es/servicios/atencion-social/estudiantes-con-discapacidad).

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/
Código seguro de verificación (CSV): 23652AC1B6F3C2580E1CE31119849CF4
06/05/2026 - 10:56
Pág. 8 de 8