Guía docente de la asignatura

Topología Algebraica y Aplicaciones (M53/56/2/20)

Fecha de aprobación por la Comisión Académica: 02/07/2025

Máster	Máster Universitario en Física y Matemáticas - Fisymat
MÓDULO	Módulo III: Métodos y Modelos Matemáticos en Ciencias e Ingeniería
RAMA	Ciencias
CENTRO RESPONSABLE DEL TÍTULO	Escuela Internacional de Posgrado

Semestre	Segundo	**Créditos**	6	**Tipo**	Optativa	**Tipo de enseñanza**	Presencial

PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES

Conocimientos básicos de Álgebra y Topología General.

BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (Según memoria de verificación del Máster)

Se introducirá a los alumnos en las herramientas fundamentales de la topología algebraica, haciendo principal énfasis en las teorías de homología de espacios topológicos y sus aplicaciones. El curso comenzará con un capítulo introductorio donde se describirán los instrumentos básicos a utilizar: El lenguaje de categorías, la estructura de los grupos abelianos, etc. En los capítulos siguientes se desarrollan las teorías de homología singular y simplicial, y se estudiarán sus aplicaciones más clásicas.

COMPETENCIAS

COMPETENCIAS BÁSICAS

- CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/ 06/05/2026 - 10:42
Código seguro de verificación (CSV): 36595F67C9726B19FF9EC2EFF5970425 Pág. 1 de 7

investigación.
- CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.
- CB8 - Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.
- CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.
- CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

COMPETENCIAS GENERALES

- CG01 - Saber trabajar en un equipo multidisciplinar y gestionar el tiempo de trabajo
- CG02 - Capacidad de generar y desarrollar de forma independiente propuestas innovadoras y competitivas en la investigación y en la actividad profesional en el ámbito científico de la Física y Matemáticas
- CG04 - Saber comunicarse con la comunidad académica y científica en su conjunto, con la empresa y con la sociedad en general acerca de la Física y/o Matemáticas y sus implicaciones académicas, productivas o sociales
- CG05 - Adquirir la capacidad de desarrollar un trabajo de investigación científica de forma independiente y en toda su extensión. Ser capaz de buscar y asimilar bibliografía científica, formular las hipótesis, plantear y desarrollar problemas y elaborar de conclusiones de los resultados obtenidos

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

- CE01 - Resolver problemas físicos y matemáticos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos
- CE02 - Desarrollar la capacidad de decidir las técnicas adecuadas para resolver un problema concreto con especial énfasis en aquellos problemas asociados a la Modelización en Ciencias e Ingeniería, Astrofísica, Física, y Matemáticas
- CE03 - Tener capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos matemáticos avanzados, y profundizar en los distintos campos de las matemáticas
- CE05 - Saber obtener e interpretar datos de carácter físico y/o matemático que puedan ser aplicados en otras ramas del conocimiento
- CE06 - Demostrar la capacidad necesaria para realizar un análisis crítico, evaluación y síntesis de resultados e ideas nuevas y complejas en el campo de la astrofísica, física, matemáticas y biomatemáticas

COMPETENCIAS TRANSVERSALES

- CT01 - Fomentar el espíritu innovador, creativo y emprendedor
- CT03 - Desarrollar el razonamiento crítico y la capacidad de crítica y autocrítica
- CT05 - Capacidad de aprendizaje autónomo y responsabilidad (análisis, síntesis, iniciativa y trabajo en equipo

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/
Código seguro de verificación (CSV): 36595F67C9726B19FF9EC2EFF5970425
06/05/2026 - 10:42
Pág. 2 de 7

COMPETENCIAS

COMPETENCIAS BÁSICAS

- CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación.
- CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.
- CB8 - Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.
- CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.
- CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

COMPETENCIAS GENERALES

- CG01 - Saber trabajar en un equipo multidisciplinar y gestionar el tiempo de trabajo
- CG02 - Capacidad de generar y desarrollar de forma independiente propuestas innovadoras y competitivas en la investigación y en la actividad profesional en el ámbito científico de la Física y Matemáticas
- CG04 - Saber comunicarse con la comunidad académica y científica en su conjunto, con la empresa y con la sociedad en general acerca de la Física y/o Matemáticas y sus implicaciones académicas, productivas o sociales
- CG05 - Adquirir la capacidad de desarrollar un trabajo de investigación científica de forma independiente y en toda su extensión. Ser capaz de buscar y asimilar bibliografía científica, formular las hipótesis, plantear y desarrollar problemas y elaborar de conclusiones de los resultados obtenidos

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

- CE01 - Resolver problemas físicos y matemáticos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos
- CE02 - Desarrollar la capacidad de decidir las técnicas adecuadas para resolver un problema concreto con especial énfasis en aquellos problemas asociados a la Modelización en Ciencias e Ingeniería, Astrofísica, Física, y Matemáticas
- CE03 - Tener capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos matemáticos avanzados, y profundizar en los distintos campos de las matemáticas
- CE05 - Saber obtener e interpretar datos de carácter físico y/o matemático que puedan ser aplicados en otras ramas del conocimiento
- CE06 - Demostrar la capacidad necesaria para realizar un análisis crítico, evaluación y síntesis de resultados e ideas nuevas y complejas en el campo de la astrofísica, física, matemáticas y biomatemáticas

COMPETENCIAS TRANSVERSALES

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/
Código seguro de verificación (CSV): 36595F67C9726B19FF9EC2EFF5970425
06/05/2026 - 10:42
Pág. 3 de 7

- CT01 - Fomentar el espíritu innovador, creativo y emprendedor
- CT03 - Desarrollar el razonamiento crítico y la capacidad de crítica y autocrítica
- CT05 - Capacidad de aprendizaje autónomo y responsabilidad (análisis, síntesis, iniciativa y trabajo en equipo

RESULTADOS DE APRENDIZAJE (Objetivos)

Generales: Estudio de los espacios topológicos con herramientas algebraicas.

Trasversales: Conexión entre Álgebra,Topología, Geometría y Física..

Específicas: Construcción de espacios interesantes desde subespacios familiares de los espacios Euclídeos. Clasificación de espacios por invariantes algebraicos. Cálculo de grupos de homología de espacios. Algoritmos.

PROGRAMA DE CONTENIDOS TEÓRICOS Y PRÁCTICOS

TEÓRICO

0.- Introducción: Nociones básicas.

0.1 Algunas notaciones básicas sobre espacios.

0.2 Un problema motivador: El teorema del punto fijo de Brauer.

0.3 El lenguaje de las categorías y funtores.

0.4 La categoría de homotopía de espacios.

0.5 Algunas nociones básicas sobre grupos abelianos.

1.- Complejos de cadenas: Homología.

1.1 La categoría de complejos de cadenas.

1.2 Subcomplejos.

1.3 Homología de complejos.

1.4 Homología relativa.

1.5 Sucesiones exactas de homología.

2.- Homología singular.

2.1 Símplices.

2.2 Complejo singular y Homología singular de un espacio.

2.3 Homología singular reducida.

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/
Código seguro de verificación (CSV): 36595F67C9726B19FF9EC2EFF5970425
06/05/2026 - 10:42
Pág. 4 de 7

2.4 Invarianza homotópica.

2.5. Homología singular relativa y sucesiones exactas en homología singular.

2.6 Homología y componentes conexas.

2.7 Escisión..

2.8 Homología de buenos pares y cocientes.

2.9 Teorema de Hurewitz.

3. Homología de esferas: Aplicaciones clásicas.

3.1 Los grupos de homología de una esfera.

3.2 Invarianza de dimensión.

3.3 Teoría del Grado.

3.4 El teorema de punto fijo.

3.5 El teorema de la bola peluda.

3.6 El Teorema Fundamental del álgebra.

4.- Homología simplicial.

4.1 Δ-espacios.

4.2 Homología simplicial.de Δ-espacios.

4.3 Equivalencia entre homología simplicial y singular para Δ-espacios.

5. Cálculo de homología de espacios.

5.1 Estructura de grupos abelianos finitamente generados: coeficientes de torsión y número de Betti.

5.2 Algoritmo de cálculo de coeficientes de torsión y números de Betti de grupos de homología.

5.3 Ejemplos de cálculo de grupos de homología de espacios.

PRÁCTICO

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA FUNDAMENTAL

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/
Código seguro de verificación (CSV): 36595F67C9726B19FF9EC2EFF5970425
06/05/2026 - 10:42
Pág. 5 de 7

- Hatcher, Allen. Algebraic topology. https://www.math.cornell.edu/~hatcher/AT/AT.pdf

- Massey, William S. A basic course in algebraic topology. Vol. 127. Springer Science & Business Media, 1991.

- Rotman, Joseph. An introduction to algebraic topology. Vol. 119. Springer Science & Business Media, 2013.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

- Dummit, D.S. and Foote, R.M. Abstract Algebra 2nd ed., Prentice-Hall 1999

- Minian, Elıas Gabriel. Notas de Topologıa Algebraica. Curso dictado en Elena II, Vaquerıas. Universidad Nacional de Córdoba, Fa. MAF (2004).

- Munkres, James R. Topology: a first Course. Prentice-Hall, 1975.

ENLACES RECOMENDADOS

http://www.ugr.es/~acegarra

https://prado.ugr.es

http://www.ugr.es/~fisymat

http://geometry.ugr.es

METODOLOGÍA DOCENTE

- MD01 Lección magistral
- MD02 Resolución de problemas y estudio de casos prácticos
- MD04 Seminarios
- MD06 Realización de trabajos individuales o en grupos

EVALUACIÓN (instrumentos de evaluación, criterios de evaluación y porcentaje sobre la calificación final)

EVALUACIÓN ORDINARIA

La evaluación será continua, basada en:

- Realización de informes, trabajos y memorias de forma individual, lo que pesará un 80% en la calificación final.

- La participación y seguimiento, que aportará un peso del 20% sobre la calificación final.

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/ 06/05/2026 - 10:42
Código seguro de verificación (CSV): 36595F67C9726B19FF9EC2EFF5970425 Pág. 6 de 7

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA

La evaluación extraordinaria será continua, basada en:

- Realización de informes, trabajos y memorias de forma individual, lo que pesará un 80% en la calificación final.

- La participación y seguimiento, que aportará un peso del 20% sobre la calificación final.

EVALUACIÓN ÚNICA FINAL

La evaluación única se basará al 100% en la realización de informes, trabajos y memorias realizados de forma individual.

INFORMACIÓN ADICIONAL

Información de interés para estudiantado con discapacidad y/o Necesidades Específicas de Apoyo Educativo (NEAE): Gestión de servicios y apoyos (https://ve.ugr.es/servicios/atencion-social/estudiantes-con-discapacidad).

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/
Código seguro de verificación (CSV): 36595F67C9726B19FF9EC2EFF5970425
06/05/2026 - 10:42
Pág. 7 de 7