Guía docente de la asignatura

Cálculo y Modelización Estocástica. Procesos de Difusión (M42/56/2/37)

Fecha de aprobación por la Comisión Académica: 02/07/2025

Máster	Máster Universitario en Estadística Aplicada
MÓDULO	Módulo II: Formación para la Investigación
RAMA	Ciencias
CENTRO RESPONSABLE DEL TÍTULO	Escuela Internacional de Posgrado

Semestre	Primero	**Créditos**	4	**Tipo**	Optativa	**Tipo de enseñanza**	Enseñanza Virtual

PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES

Para afrontar esta asignatura el alumno debe poseer conocimientos de Cálculo de Probabilidades e Inferencia Estadística a nivel de Grado en Estadística y/o Matemáticas. También es recomendable disponer de conocimiento básicos en Análisis Matemático.

BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (Según memoria de verificación del Máster)

Conceptos generales sobre cálculo, modelización estocástica y procesos estocásticos. Introducción al estudio de procesos de difusión unidimensionales. Metodología general de obtención y análisis de sus principales características. Estudio de procesos particulares. Inferencia en procesos de difusión mediante muestreo discreto de las trayectorias. Introducción al problema de tiempos de primer paso en procesos de difusión.

COMPETENCIAS

COMPETENCIAS BÁSICAS

- CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/
Código seguro de verificación (CSV): 51EA2B5D77046E5E40651677507FD1ED
06/05/2026 - 10:59
Pág. 1 de 8

originales en desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación.
- CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.
- CB8 - Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.
- CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.
- CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

COMPETENCIAS GENERALES

- CG01 - Los titulados han de saber aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.
- CG02 - Los titulados han de ser capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.
- CG03 - Los titulados han de saber comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades
- CG04 - Los titulados deben poseer las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.
- CG05 - Los titulados han de demostrar una comprensión sistemática del campo de estudio y el dominio de las habilidades y métodos de investigación relacionados con dicho campo.
- CG06 - Los titulados deben demostrar la capacidad de concebir, diseñar, poner en práctica y adoptar un proceso sustancial de investigación con seriedad académica.
- CG07 - Los titulados han de realizar una contribución a través de una investigación original que amplíe las fronteras del conocimiento desarrollando un corpus sustancial, del que parte merezca la publicación referenciada a nivel nacional o internacional.
- CG08 - Los titulados deben ser críticos en el análisis, evaluación y síntesis de ideas nuevas y complejas.
- CG09 - Los titulados deben saber comunicarse con sus colegas, con la comunidad académica en su conjunto y con la sociedad en general acerca de sus áreas de conocimiento.
- CG10 - Los titulados han de ser capaces de fomentar, en contextos académicos y profesionales, el avance tecnológico, social o cultural dentro de una sociedad basada en el conocimiento.

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

- CE01 - Conocer métodos para el Análisis de Datos
- CE02 - Conocer diferentes técnicas de Muestreo
- CE03 - Adquirir conocimientos avanzados en Probabilidad y Procesos Estocásticos

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/ 06/05/2026 - 10:59
Código seguro de verificación (CSV): 51EA2B5D77046E5E40651677507FD1ED Pág. 2 de 8

- CE04 - Profundizar en las técnicas de Modelización Estocástica
- CE05 - Adquirir conocimientos avanzados en Inferencia Estadística
- CE07 - Saber identificar y aplicar diferentes Modelos Econométricos
- CE08 - Conocer técnicas de teoría de Fiabilidad
- CE10 - Dominar el uso de diferentes entornos de Computación Estadística
- CE12 - Ser capaz de resolver problemas a través de técnicas de Simulación Estocástica
- CE13 - Saber llevar a cabo el diseño, programación e implantación programas de computación estadística
- CE15 - Ser capaza de identificar la información relevante para resolver un problema
- CE16 - Utilizar correcta y racionalmente programas de ordenador de tipo estadístico
- CE17 - Adquirir capacidades de elaboración y construcción de modelos y su validación
- CE18 - Ser capaz de realizar un análisis de datos
- CE19 - Saber gestionar bases de datos
- CE20 - Ser capaz de realizar una correcta representación gráfica de datos
- CE21 - Conocer, identificar y seleccionar fuentes estadísticas
- CE22 - Ser capaz de interpretar resultados a partir de modelos estadísticos
- CE23 - Adquirir capacidad para elaborar previsiones y escenarios
- CE24 - Ser capaz de extraer conclusiones y redactar informes

COMPETENCIAS TRANSVERSALES

- CT01 - Mostrar interés por la calidad y la excelencia en la realización de diferentes tareas
- CT02 - Comprender y defender la importancia que la diversidad de culturas y costumbres tienen en la investigación o práctica profesional
- CT03 - Tener un compromiso ético y social en la aplicación de los conocimientos adquiridos
- CT04 - Ser capaz de trabajar en equipos interdisciplinarios para alcanzar objetivos comunes desde campos expertos diferenciados.
- CT05 - Incorporar los principios del Diseño Universal en el desempeño de su profesión

COMPETENCIAS

COMPETENCIAS BÁSICAS

- CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación.
- CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.
- CB8 - Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.
- CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.
- CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/
Código seguro de verificación (CSV): 51EA2B5D77046E5E40651677507FD1ED
06/05/2026 - 10:59
Pág. 3 de 8

COMPETENCIAS GENERALES

- CG01 - Los titulados han de saber aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.
- CG02 - Los titulados han de ser capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.
- CG03 - Los titulados han de saber comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades
- CG04 - Los titulados deben poseer las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.
- CG05 - Los titulados han de demostrar una comprensión sistemática del campo de estudio y el dominio de las habilidades y métodos de investigación relacionados con dicho campo.
- CG06 - Los titulados deben demostrar la capacidad de concebir, diseñar, poner en práctica y adoptar un proceso sustancial de investigación con seriedad académica.
- CG07 - Los titulados han de realizar una contribución a través de una investigación original que amplíe las fronteras del conocimiento desarrollando un corpus sustancial, del que parte merezca la publicación referenciada a nivel nacional o internacional.
- CG08 - Los titulados deben ser críticos en el análisis, evaluación y síntesis de ideas nuevas y complejas.
- CG09 - Los titulados deben saber comunicarse con sus colegas, con la comunidad académica en su conjunto y con la sociedad en general acerca de sus áreas de conocimiento.
- CG10 - Los titulados han de ser capaces de fomentar, en contextos académicos y profesionales, el avance tecnológico, social o cultural dentro de una sociedad basada en el conocimiento.

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

- CE01 - Conocer métodos para el Análisis de Datos
- CE02 - Conocer diferentes técnicas de Muestreo
- CE03 - Adquirir conocimientos avanzados en Probabilidad y Procesos Estocásticos
- CE04 - Profundizar en las técnicas de Modelización Estocástica
- CE05 - Adquirir conocimientos avanzados en Inferencia Estadística
- CE07 - Saber identificar y aplicar diferentes Modelos Econométricos
- CE08 - Conocer técnicas de teoría de Fiabilidad
- CE10 - Dominar el uso de diferentes entornos de Computación Estadística
- CE12 - Ser capaz de resolver problemas a través de técnicas de Simulación Estocástica
- CE13 - Saber llevar a cabo el diseño, programación e implantación programas de computación estadística
- CE15 - Ser capaza de identificar la información relevante para resolver un problema
- CE16 - Utilizar correcta y racionalmente programas de ordenador de tipo estadístico
- CE17 - Adquirir capacidades de elaboración y construcción de modelos y su validación
- CE18 - Ser capaz de realizar un análisis de datos
- CE19 - Saber gestionar bases de datos
- CE20 - Ser capaz de realizar una correcta representación gráfica de datos
- CE21 - Conocer, identificar y seleccionar fuentes estadísticas
- CE22 - Ser capaz de interpretar resultados a partir de modelos estadísticos

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/ 06/05/2026 - 10:59
Código seguro de verificación (CSV): 51EA2B5D77046E5E40651677507FD1ED Pág. 4 de 8

- CE23 - Adquirir capacidad para elaborar previsiones y escenarios
- CE24 - Ser capaz de extraer conclusiones y redactar informes

COMPETENCIAS TRANSVERSALES

- CT01 - Mostrar interés por la calidad y la excelencia en la realización de diferentes tareas
- CT02 - Comprender y defender la importancia que la diversidad de culturas y costumbres tienen en la investigación o práctica profesional
- CT03 - Tener un compromiso ético y social en la aplicación de los conocimientos adquiridos
- CT04 - Ser capaz de trabajar en equipos interdisciplinarios para alcanzar objetivos comunes desde campos expertos diferenciados.
- CT05 - Incorporar los principios del Diseño Universal en el desempeño de su profesión

RESULTADOS DE APRENDIZAJE (Objetivos)

Conocer e identificar las condiciones que definen y determinan a un proceso de difusión.

Conocer diferentes procedimientos que permitan el estudio de procesos de difusión, la obtención de las densidades de transición y análisis de sus principales características. En concreto, identificar las condiciones que garantizan la existencia de solución de las ecuaciones de Kolmogorov. Adquirir destrezas en su resolución por diversos procedimientos.

Identificar las condiciones que garantizan la existencia de solución de las ecuaciones diferenciales estocásticas cuya solución sean procesos de difusión. Adquirir destrezas en su resolución, especialmente en casos como el lineal o transformables en él.

Conocer y manejar con soltura algunos procesos de difusión concretos (Wiener, Ornstein-Uhlenbeck, lognormal, ...)

Conocer procedimientos para obtener procesos de difusión a partir de otros conocidos.

Adquirir destrezas en la estimación de los parámetros de procesos de difusión mediante muestreo discreto. Aplicación a casos concretos.

Conocer el problema de tiempos de primer paso en difusiones. Adquirir destrezas para su resolución en casos concretos

PROGRAMA DE CONTENIDOS TEÓRICOS Y PRÁCTICOS

TEÓRICO

1. Repaso de conceptos generales sobre cálculo, modelización estocástica y procesos estocásticos. Procesos gaussianos. Procesos gaussianos markovianos. Ejemplos.
2. Procesos de difusión: Ecuaciones cinéticas. Teorema de Pawula. Definición de proceso de difusión. Ecuaciones de Fokker-Planck y de Kolmogorov en los procesos de difusión. Condiciones frontera en el caso homogéneo. Resolución de las ecuaciones de Kolmogorov. Los procesos de difusión y las ecuaciones diferenciales estocásticas. Ejemplos.

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/ 06/05/2026 - 10:59
Código seguro de verificación (CSV): 51EA2B5D77046E5E40651677507FD1ED Pág. 5 de 8

3. Inferencia en procesos de difusión mediante muestreo discreto. Ejemplos.
4. Tiempos de primer paso en procesos de difusión. Definiciones y ejemplos. Obtención de las densidades de tiempo de primer paso mediante ecuaciones integrales de Volterra. Obtención de densidades de tiempo de primer paso a partir del proceso Wiener. Otros procedimientos. Ejemplos.

PRÁCTICO

Aplicación de las técnicas mediante relaciones de ejercicios resueltas. Propuesta de otras relaciones para evaluar el grado de comprensión de los contenidos.

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA FUNDAMENTAL

- **Alberola, C.** (2004). Probabilidad, variables aleatorias y procesos estocásticos. (2004). Universidad de Valladolid, Secretariado de publicaciones.
- **Calin, O.** (2015). An informal introduction to stochastic calculus with applications. World Scientific Publishing.
- **Iacus, S.M.** (2008). Simulation and inference for stochastic differential equations. Springer-Verlag.
- **Pavliotis, G.A.** (2014). Stochastic Processes and Applications. Springer-Verlag.
- **Ricciardi, L. M.** (1977). Diffusion processes and related topics in Biology. Springer-Verlag.
- **Rincón, L.** (2012). Introducción a los procesos estocásticos. Las prensas de ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México.
- **Román-Román, P.,Torres-Ruiz, F.** (2018). Some notes about inference for the lognormal diffusion process with exogenous factors. Mathematics, 6(5), 85.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

- **Allen, L.J.S.** (2010). An introduction to stochastic processes with applications to Biology. 2ª Edición. CRC Press.
- **Arnold, L.** (1973). Stochastic differential equations. John Wiley and Sons.
- **Barrera, A., Román-Román, P., Torres-Ruiz, F.** (2019). Hyperbolastic type-III diffusion process: obtaining from the generalized Weibull diffusion process. Mathematical Biosciences and Engineering, 17(1), 814-833.
- **Barrera, A., Román-Román, P., Torres-Ruiz, F.** (2020). Two stochastic differential equations for modeling oscillabolastic-type behavior. Mathematics, 8(2), 155.
- **Barrera, A., Román-Román, P., Torres-Ruiz, F.** (2021). T-growth stochastic model: simulation and inference via metaheuristic algorithms. Mathematics, 9, 959.
- **Fuchs, C.** (2013). Inference for diffusion processes. Springer-Verlag.
- **Gusak, D., Kukush, A., Kulik, A., Mishura, Y., Pilipenko, A.** (2010). Theory of stochastic processes. Springer-Verlag.
- **Gutiérrez, R., Ricciardi, L., Román, P. , Torres, F.** (1997). First-passage-time densities for time-non-homogeneous diffusion processes. Journal of Applied Probability, 34(3), 623-631.
- **Luz-Sant'Ana, I; Román-Román, P., Torres-Ruiz, F.** (2017). Modeling oil production and its peak by means of a stochastic diffusion process based on the Hubbert curve. Energy, 133, 455-470.

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/ 06/05/2026 - 10:59
Código seguro de verificación (CSV): 51EA2B5D77046E5E40651677507FD1ED Pág. 6 de 8

- **Oksendal, B.** (2013). Stochastic differential equations. 6 ed. Springer-Verlag.
- **Román-Román, P., Román-Román, S., Serrano-Pérez, J.J., Torres-Ruiz, F.** (2021). Using first-passage-times to analyze tumor growth delay. Mathematics, 9, 642.
- **Román-Román, P., Torres-Ruiz, F.** (2015). The nonhomogeneous lognormal diffusion process as a general process to model particular types of growth patterns. Lecture Notes of Seminario Interdisciplinare di Matematica. Vol 12, 201-219.
- **Todorovic, P.** (1992). An introduction to Stochastic Processes and their Applications. Springer-Verlag.

ENLACES RECOMENDADOS

Serán proporcionados junto con el material que se subirá a la plataforma PRADO2.

METODOLOGÍA DOCENTE

- MD01 Lección magistral/expositiva
- MD02 Sesiones de discusión y debate
- MD03 Resolución de problemas y estudio de casos prácticos
- MD04 Prácticas de laboratorio o clínicas
- MD05 Seminarios
- MD06 Ejercicios de simulación
- MD07 Análisis de fuentes y documentos
- MD08 Realización de trabajos en grupo
- MD09 Realización de trabajos individuales

EVALUACIÓN (instrumentos de evaluación, criterios de evaluación y porcentaje sobre la calificación final)

EVALUACIÓN ORDINARIA

El artículo 17 de la Normativa de Evaluación y Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada establece que la convocatoria ordinaria estará basada preferentemente en la evaluación continua del estudiante, excepto para quienes se les haya reconocido el derecho a la evaluación única final.

La evaluación estará basada en los siguientes puntos:

- Resolución de las relaciones de ejercicios. Se prestará especial atención a la adquisición de habilidades/destrezas así como la relación que se haga en cada uno de ellos con los aspectos teóricos subyacentes (hasta 9 puntos).
- Realización voluntaria de trabajos complementarios sobre aspectos teóricos y aplicados relacionados con los objetivos de la materia. Participación activa en el desarrollo de la docencia. (Hasta 1 punto adicional).
- La superación del curso se obtendrá con una puntuación acumulada de 5 o más puntos.

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA

El artículo 19 de la Normativa de Evaluación y Calificación de los Estudiantes de la Universidad de

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/ 06/05/2026 - 10:59
Código seguro de verificación (CSV): 51EA2B5D77046E5E40651677507FD1ED Pág. 7 de 8

Granada establece que los estudiantes que no hayan superado la asignatura en la convocatoria ordinaria dispondrán de una convocatoria extraordinaria. A ella podrán concurrir todos los estudiantes, con independencia de haber seguido o no un proceso de evaluación continua. De esta forma, el estudiante que no haya realizado la evaluación continua tendrá la posibilidad de obtener el 100% de la calificación mediante la realización de una prueba y/o trabajo.

Realización de relaciones de ejercicios que el profesor propondrá en la convocatoria.

EVALUACIÓN ÚNICA FINAL

El artículo 8 de la Normativa de Evaluación y Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada establece que podrán acogerse a la evaluación única final, el estudiante que no pueda cumplir con el método de evaluación continua por causas justificadas.

Para acogerse a la evaluación única final, el estudiante, en las dos primeras semanas de impartición de la asignatura o en las dos semanas siguientes a su matriculación si ésta se ha producido con posterioridad al inicio de las clases, lo solicitará, a través del procedimiento electrónico, a la Coordinación del Máster, quien dará traslado al profesorado correspondiente, alegando y acreditando las razones que le asisten para no poder seguir el sistema de evaluación continua.

La evaluación en tal caso consistirá en:

Realización de relaciones de ejercicios que el profesor propondrá en la convocatoria

INFORMACIÓN ADICIONAL

El Máster Universitario en Estadística Aplicada se imparte de forma virtual. El desarrollo de la docencia se realiza mediante la plataforma Moodle integrada en el sistema PRADO2 de la Universidad de Granada. El profesor subirá secuencialmente el contenido de los temas así como el material necesario para su desarrollo y las actividades que los estudiantes deberán realizar.

En cada tema se establecerán unas tutorías colectivas para que el profesor proporcione las guías necesarias para el mejor desarrollo de los contenidos. Dichas tutorías se realizarán por video-llamada utilizando los sistemas que la Universidad de Granada pone a disposición de la comunidad universitaria. De igual forma, los alumnos podrán solicitar tutorías individuales bajo el mismo sistema, o bien podrán consultar dudas por correo electrónico (si estas son de respuesta más rápida).

Información de interés para estudiantado con discapacidad y/o Necesidades Específicas de Apoyo Educativo (NEAE): Gestión de servicios y apoyos (https://ve.ugr.es/servicios/atencion-social/estudiantes-con-discapacidad).

Firma (1): Universidad de Granada
CIF: Q1818002F

Firmado electrónicamente según arts. 15, 17 y 41.1 del Reglamento de Adm. Electrónica de la Universidad de Granada (BOJA nº 85 de 6 de mayo de 2021)
Este documento firmado digitalmente puede verificarse en https://sede.ugr.es/verifirma/
Código seguro de verificación (CSV): 51EA2B5D77046E5E40651677507FD1ED
06/05/2026 - 10:59
Pág. 8 de 8