

Guía docente de la asignatura

Fecha de aprobación por la Comisión  
Académica: 18/07/2024**Aplicaciones de los Modelos de  
Difusión en Fenómenos de  
Crecimiento en Ciencias  
Medioambientales y Economía  
(SG1/56/1/314)****Máster**Máster Universitario en Profesorado de Enseñanza Secundaria  
Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de  
Idiomas**MÓDULO**

Módulo de Libre Disposición

**RAMA**

Ciencias Sociales y Jurídicas

**CENTRO RESPONSABLE  
DEL TÍTULO**

Escuela Internacional de Posgrado

**Semestre**

Segundo

**Créditos**

4

**Tipo**

Optativa

**Tipo de  
enseñanza**

Sin definir

**PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES**

Para realizar este curso es necesario tener conocimientos de probabilidad y procesos estocásticos como los proporcionados, por ejemplo, en los grados o licenciaturas de Estadística o Matemáticas.

Asimismo sería muy recomendable haber realizado previamente el curso de “Procesos de difusión” de este Máster, así como tener conocimientos del entorno de programación R para el análisis de datos, cálculo y representación gráfica.

**BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (Según memoria de verificación del Máster)**

- Obtención de procesos de difusión a partir de esquemas discretos.
- Obtención de procesos de difusión a partir de modelos de crecimiento.
- Proceso lognormal: obtención y características fundamentales. Aplicaciones.
- Proceso logístico: obtención y características fundamentales. Aplicaciones.
- Proceso Gompertz: obtención y características fundamentales. Aplicaciones.
- Procesos tipo Gompertz: obtención y características fundamentales. Aplicaciones.
- Estudio de problemas de inferencia a través de muestreo discreto de las trayectorias en los modelos planteados.
- Estudio de problemas de tiempo de primer paso en los modelos planteados.



## COMPETENCIAS

### COMPETENCIAS BÁSICAS

- CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación.
- CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.
- CB8 - Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.
- CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.
- CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

### COMPETENCIAS GENERALES

- CG01 - Los titulados han de saber aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.
- CG02 - Los titulados han de ser capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.
- CG03 - Los titulados han de saber comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades
- CG04 - Los titulados deben poseer las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.
- CG05 - Los titulados han de demostrar una comprensión sistemática del campo de estudio y el dominio de las habilidades y métodos de investigación relacionados con dicho campo.
- CG06 - Los titulados deben demostrar la capacidad de concebir, diseñar, poner en práctica y adoptar un proceso sustancial de investigación con seriedad académica.
- CG07 - Los titulados han de realizar una contribución a través de una investigación original que amplíe las fronteras del conocimiento desarrollando un corpus sustancial, del que parte merezca la publicación referenciada a nivel nacional o internacional.
- CG08 - Los titulados deben ser críticos en el análisis, evaluación y síntesis de ideas nuevas y complejas.
- CG09 - Los titulados deben saber comunicarse con sus colegas, con la comunidad académica en su conjunto y con la sociedad en general acerca de sus áreas de conocimiento.
- CG10 - Los titulados han de ser capaces de fomentar, en contextos académicos y profesionales, el avance tecnológico, social o cultural dentro de una sociedad basada en el conocimiento.



## COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

- CE01 - Conocer métodos para el Análisis de Datos
- CE02 - Conocer diferentes técnicas de Muestreo
- CE03 - Adquirir conocimientos avanzados en Probabilidad y Procesos Estocásticos
- CE04 - Profundizar en las técnicas de Modelización Estocástica
- CE05 - Adquirir conocimientos avanzados en Inferencia Estadística
- CE06 - Aprender y entender técnicas de Estadística Multivariante
- CE07 - Saber identificar y aplicar diferentes Modelos Económicos
- CE09 - Adquirir conocimientos en Bioestadística
- CE10 - Dominar el uso de diferentes entornos de Computación Estadística
- CE11 - Conocer y aplicar técnicas de Control Estadístico de Calidad
- CE12 - Ser capaz de resolver problemas a través de técnicas de Simulación Estocástica
- CE13 - Saber llevar a cabo el diseño, programación e implantación programas de computación estadística
- CE14 - Saber realizar un diseño de experimentos
- CE15 - Ser capaz de identificar la información relevante para resolver un problema
- CE16 - Utilizar correcta y racionalmente programas de ordenador de tipo estadístico
- CE17 - Adquirir capacidades de elaboración y construcción de modelos y su validación
- CE18 - Ser capaz de realizar un análisis de datos
- CE19 - Saber gestionar bases de datos
- CE20 - Ser capaz de realizar una correcta representación gráfica de datos
- CE21 - Conocer, identificar y seleccionar fuentes estadísticas

## COMPETENCIAS TRANSVERSALES

- CT01 - Mostrar interés por la calidad y la excelencia en la realización de diferentes tareas
- CT02 - Comprender y defender la importancia que la diversidad de culturas y costumbres tienen en la investigación o práctica profesional
- CT03 - Tener un compromiso ético y social en la aplicación de los conocimientos adquiridos
- CT04 - Ser capaz de trabajar en equipos interdisciplinarios para alcanzar objetivos comunes desde campos expertos diferenciados.
- CT05 - Incorporar los principios del Diseño Universal en el desempeño de su profesión

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE (Objetivos)

### El alumno sabrá/comprenderá:

- Metodologías para construir modelos de difusión asociados a curvas de crecimiento.
- Construir y conocer las características fundamentales de los principales modelos de difusión utilizados en las ciencias medioambientales.
- Construir y conocer las características fundamentales de los principales modelos de difusión usados para modelar datos económicos.
- Construir y obtener las características de un modelo de difusión diseñado para modelar una curva de crecimiento concreta.
- Plantear y resolver problemas generales de inferencia y tiempo de primer paso en los modelos construidos.

### El alumno será capaz:



- Aplicar estas técnicas a casos concretos.

## PROGRAMA DE CONTENIDOS TEÓRICOS Y PRÁCTICOS

### TEÓRICO

#### Bloque 1

Tema 1: Estudio (obtención y características) de algunos de los procesos de difusión asociados al crecimiento:

- a. El proceso Lognormal.
- b. El proceso Gompertz.
- c. Procesos derivados del proceso Lognormal no homogéneo (tipo-Gompertz, Bertalanfy, mixto Gompertz-lognormal).

Tema 2: Estudio de problemas de inferencia a través de muestreo discreto de las trayectorias en los modelos planteados.

- a. Introducción.
- b. Estimación máximo verosímil: métodos para su obtención exacta y métodos basados en algoritmos de aproximación.

#### Bloque 2

Tema 3: Aproximación eficiente de densidades del tiempo de primer paso que son solución de una ecuación integral.

- a. Introducción.
- b. La función FPTL.
- c. Localizando la variable tiempo de primer paso y aproximando su densidad en algunos casos particulares.
- d. Localizando la variable tiempo de primer paso y aproximando su densidad en el caso general.
- e. Implementación del algoritmo numérico de aproximación.

Tema 4: El paquete fptdApprox.

- a. Introducción.
- b. Definiendo procesos de difusión.
- c. Evaluando y representando la función FPTL.
- d. Localizando la variable tiempo de primer paso vía la función FPTL.
- e. Aproximando la función de densidad del tiempo de primer paso.

### PRÁCTICO

#### Bloque 1 (Actividad voluntaria para subir nota)

- Implementación en R de un script que permita la estimación de los parámetros de un proceso de difusión concreto, en base a un muestreo discreto del mismo con múltiples trayectorias, así como los valores de las funciones estimadas y la predicción para el



instante inmediatamente siguiente.

## Bloque 2 (Estudio de un caso práctico y actividades de carácter obligatorio)

El Tema 4 muestra cómo aplicar los conocimientos adquiridos en el Tema 3 en un caso práctico haciendo uso del paquete `fptdApprox` de R. Además, se proponen varias actividades de carácter práctico en las que el alumno deberá resolver determinados problemas de tiempo de primer paso con características de interés bien diferentes, debiendo indicar el código de R empleado y comentar las salidas proporcionadas por el paquete `fptdApprox`.

## BIBLIOGRAFÍA

### BIBLIOGRAFÍA FUNDAMENTAL

1. Buonocore, A., Nobile, A.G. y Ricciardi, L.M. (1987). A new integral equation for the evaluation of first-passage-time probability densities. *Advances in Applied Probability* 19, 784-800.
2. Giorno, V., Nobile, A.G., Ricciardi, L. y Sato, S. (1989). On the evaluation of first-passage-time probability densities via non singular integral equations. *Advances in Applied Probability*, 21, 20-36.
3. Gutiérrez, R., Ricciardi, L., Román, P. y Torres, F. (1997). First-passage-time densities for time-non-homogeneous diffusion processes. *Journal of Applied Probability*, 34 (3), 623-631.
4. Gutiérrez, R., Rico, N., Román, P., Romero, D. y Torres, F. (2003). Obtención de procesos de difusión no homogéneos a partir de esquemas discretos. *Actas del XXVII Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa*.
5. Gutiérrez, R., Rico, N., Román, P., Romero, D. y Torres, F. (2003). Obtención de un proceso de difusión no homogéneo a partir de modelos de crecimiento. *Actas del XXVII Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa*.
6. Gutiérrez-Jáimez, R., Román, P., Romero, D., Serrano, J.J., Torres, F. (2007). A new Gompertz-type diffusion process with application to random growth. *Mathematical Biosciences*, 208, 147-165.
7. Ricciardi L.M., Di Crescenzo A., Giorno V. y Nobile A.G. (1999). An outline of theoretical and algorithmic approaches to first passage time problems with applications to biological modeling. *Scientiae Mathematicae Japonicae*, 50, 247-322.
8. Román, P., Serrano, J.J. y Torres, F. (2008). First-passage-time location function: Application to determine first-passage-time densities in diffusion processes. *Computational Statistics and Data Analysis*, 52, 4132-4146.
9. Román-Román, P., Romero, D., Torres-Ruiz, F. (2010). A diffusion process to model generalizad von Bertalanffy growth patterns: Fitting to real data. *Journal of Theoretical Biology*, 263, 59-69.
10. Román-Román, P. y Torres-Ruiz, F. (2012). Modeling logistic growth by a new diffusion process: application to biological systems. *BioSystems*, 110, 8-21.
11. Román-Román, P., Serrano Pérez, J.J. y Torres-Ruiz, F. (2012). An R package for an efficient approximation of first-passage-time densities for diffusion processes based on the FPTL function. *Applied Mathematics and Computation*, 218, 8408-8428.
12. Román-Román, P., Serrano Pérez, J.J. y Torres-Ruiz, F. (2014). More general problems on first-passage times for diffusion processes: A new version of the `fptdApprox` R package. *Applied Mathematics and Computation*, 244, 432-446.
13. Romero, D., Rico, N. y Arenas, M. (2013) A new diffusion process to epidemic data. *Lecture notes in computer sciences* 8111, 69-76.



## BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

1. Albano, G., Giorno, V., Román-Román, P., Torres-Ruiz, F. (2011). Inferring the effect of therapy on tumors showing stochastic Gompertzian. *Journal of Theoretical Biology*, 276, 67-77.
2. Da Luz Sant'Ana, I. Román-Román, P. y Torres-Ruiz, F. (2017). Modeling oil production and its peak by means of a stochastic diffusion process based on the Hubbert curve. *Energy*, 133, 455-470.
3. Gutiérrez-Jáimez, R., Román, P., Romero, D., Serrano, J.J., Torres, F. (2008). Some time random variables related to a Gompertz-type diffusion process. *Cybernetics and Systems*, 39(5), 467-479.
4. Román-Román, P. y Torres-Ruiz, F. (2014). Forecasting fruit size and caliber by means of diffusion processes. Application to "Valencia late" oranges. *Journal of Agricultural, Biological and Environmental Statistics*, 19 (2), 292-313.
5. Román-Román, P. y Torres-Ruiz, F. (2015). A stochastic model related to the Richards-type growth curve. Estimation by means of Simulated Annealing and Variable Neighborhood Search. *Applied Mathematics and Computation*, 266, 206-219.

## METODOLOGÍA DOCENTE

- MD01 Lección magistral/expositiva
- MD02 Sesiones de discusión y debate
- MD03 Resolución de problemas y estudio de casos prácticos
- MD04 Prácticas de laboratorio o clínicas
- MD05 Seminarios
- MD06 Ejercicios de simulación
- MD07 Análisis de fuentes y documentos
- MD08 Realización de trabajos en grupo
- MD09 Realización de trabajos individuales

## EVALUACIÓN (instrumentos de evaluación, criterios de evaluación y porcentaje sobre la calificación final)

### EVALUACIÓN ORDINARIA

El artículo 17 de la Normativa de Evaluación y Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada establece que la convocatoria ordinaria estará basada preferentemente en la evaluación continua del estudiante, excepto para quienes se les haya reconocido el derecho a la evaluación única final.

Como criterios de evaluación se tendrán en cuenta:

- Actividades individuales sobre aspectos metodológicos y/o prácticos de los contenidos de cada tema del curso. Comprensión de conocimientos adquiridos.
- Programación en R y aplicación con datos simulados.
- Capacidad de síntesis y presentación.

La asignatura se configura en dos bloques que incluyen a su vez dos temas cada uno y que se evalúan de manera independiente. Para cada tema se propondrá una o varias actividad de evaluación que podrán consistir, a su vez, en una o varias de las siguientes alternativas:



- Realización de un resumen/esquema de la teoría del tema.
- Búsqueda bibliográfica relacionada con el tema.
- Realización de algún ejercicio teórico que complemente los apuntes del tema.
- Realización de algún ejercicio práctico que complemente los apuntes del tema.

En el bloque 1 la evaluación de las actividades de cada tema se realizará mediante un cuestionario que se podrá realizar en los dos últimos días del período correspondiente al tema. Las preguntas de cada cuestionario se basarán en la correspondiente actividad de evaluación que se haya indicado para el tema. En el bloque 2 las actividades de evaluación se deberán entregar antes de que acabe el plazo correspondiente al tema para que el profesor las evalúe.

Cada bloque se puntuará sobre 10 puntos. Para superar la asignatura será requisito imprescindible alcanzar como mínimo una nota de 4 en cada bloque y, en tal caso, la nota final en la asignatura vendrá dada por la media de las notas globales en cada bloque. En caso de no cumplir con dicho requisito, la nota final será la menor de las notas medias de los dos bloques.

La puntuación total desglosada en porcentajes por bloques y temas es la siguiente:

- Bloque 1: 25% Tema 1 + 25% Tema 2.
- Bloque 2: 15% Tema 3 + 35% Tema 4.

Los estudiantes que no hayan realizado alguno de los dos cuestionarios del bloque 1 o no hayan entregado alguna actividad/es del bloque 2, en el periodo establecido para ello, podrán realizarlos/presentarlas en un nuevo periodo de calificación ordinario que se abrirá al finalizar el periodo docente de la asignatura. Las evaluaciones en este período verán minorada su calificación multiplicándola por 0,8.

Todas las actividades deberán pasar por la plataforma Turnitin al ser entregadas en PRADO por parte del estudiante, tomando el profesorado las acciones consecuentes en caso de plagio.

### **EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA**

En la convocatoria extraordinaria, el alumno/a tendrá que resolver una serie de actividades similares a las de la convocatoria ordinaria.

De nuevo cada bloque se puntuará sobre 10 y para superar la asignatura será requisito imprescindible alcanzar como mínimo una nota de 4 en cada bloque y, en tal caso, la nota final en la asignatura vendrá dada por la media de las notas globales en cada bloque. En caso de no cumplir con dicho requisito, la nota final será la menor de las notas medias de los dos bloques.

La puntuación total desglosada en porcentajes por bloques y temas es la misma que en la convocatoria ordinaria.

### **EVALUACIÓN ÚNICA FINAL**

La evaluación única consistirá en un examen sobre la materia impartida en el curso con una valoración del 100% de la calificación.

### **INFORMACIÓN ADICIONAL**

El curso se desarrolla de modo virtual usando la plataforma PRADO2. Los profesores



proporcionarán los materiales que deberán ser objeto de estudio así como indicaciones sobre qué fuentes bibliográficas pueden ser consultadas de forma complementaria, y se pretende fundamentalmente que el alumnado sea capaz de aplicar en la práctica los conocimientos adquiridos.

Por tratarse de una asignatura que se imparte de manera 100% virtual, la metodología docente tiene como principal eje de actuación el aprendizaje autónomo del estudiante a partir de una temporización y secuenciación de contenidos que planifica el profesorado. Al comienzo del curso se le facilitará al alumnado una programación orientativa para el estudio de cada tema. Para lograr el aprendizaje autónomo en cada tema, el profesorado facilitará al alumnado:

- Material docente teórico (apuntes) con los conceptos teóricos que el alumnado deberá estudiar apoyado de ejemplos prácticos que ilustran los conceptos teóricos.
- Material docente práctico que aborda la resolución práctica con datos simulados de los métodos introducidos en el material teórico. En estas guías se ilustra el uso del software libre R para llevar a cabo los ajustes de los modelos teóricos y los cálculos necesarios que involucren dichos ajustes.
- Actividades de evaluación de cada bloque.

La materia se imparte durante un periodo aproximado de unas 10 semanas. Dado que la materia comprende 2 bloques, se asignarán 5 semanas a cada bloque, que impartirá cada uno de los docentes. Cada tema deberá trabajarse desde la fecha en que se facilite al alumnado el material teórico y práctico del tema hasta la fecha de entrega de las actividades de evaluación del tema. La secuenciación de temas es la indicada en el Temario teórico detallado.

Dentro del bloque 1, el objetivo del tema 1 es que los estudiantes se familiaricen con las características de algunos de los procesos de difusión más utilizados así como con sus campos de aplicación. En el tema 2 se realizará un primer estudio general de los problemas de inferencia. A continuación se estudiará el ajuste de uno de los procesos estudiados a unos datos simulados, usando el procedimiento más adecuado, y se realizarán predicciones con el proceso estimado. En este bloque la evaluación de las actividades se realizará mediante un cuestionario que se podrá realizar en los dos últimos días del período correspondiente al tema. Las preguntas de cada cuestionario se basarán en la correspondiente actividad de evaluación que se haya indicado para el tema.

El Bloque 2 requiere que el alumnado tenga conocimientos básicos sobre el problema del tiempo de primer paso para procesos de difusión, que se estudia en el curso "Procesos de difusión" de este Máster. El tema 3 ilustra mediante ejemplos los problemas computacionales que implica la aproximación numérica de densidades de tiempo de primer paso que son solución de una ecuación integral de Volterra, y cómo la función FPTL permite localizar la variable tiempo de primer paso y ayuda a aproximar de forma eficiente la densidad del tiempo de primer paso. Se plantearán actividades cuyo fin es el de evaluar la comprensión de los problemas estudiados y del procedimiento de aproximación eficiente de la densidad del tiempo de primer paso. En el tema 4 se presenta el paquete `fptdApprox` de R, una herramienta computacional imprescindible para aproximar eficientemente la densidad del tiempo de primer paso vía la función FPTL, cuyo funcionamiento se ilustra resolviendo un problema concreto de tiempo de primer paso. Para afianzar los conocimientos adquiridos en este tema el alumnado deberá realizar varias actividades orientadas a validar y evaluar la eficiencia computacional de la aproximación de la densidad del tiempo de primer paso con el paquete `fptdApprox`.

Información de interés para estudiantado con discapacidad y/o Necesidades Específicas de Apoyo Educativo (NEAE): [Gestión de servicios y apoyos](https://ve.ugr.es/servicios/atencion-social/estudiantes-con-discapacidad) (<https://ve.ugr.es/servicios/atencion-social/estudiantes-con-discapacidad>).

