

Guía docente de la asignatura

Fecha de aprobación por la Comisión
Académica: 14/06/2024**Didáctica de la Probabilidad y la
Combinatoria (M05/56/1/8)****Máster**

Máster Universitario en Didáctica de la Matemática

MÓDULO

Cursos Especializados

RAMA

Ciencias Sociales y Jurídicas

**CENTRO RESPONSABLE
DEL TÍTULO**

Escuela Internacional de Posgrado

Semestre

Segundo

Créditos

4

Tipo

Optativa

**Tipo de
enseñanza**

Presencial

PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES

Los establecidos para el acceso al máster.

BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (Según memoria de verificación del Máster)

En este curso se introduce a los estudiantes en la investigación en didáctica de la probabilidad y la combinatoria. A lo largo del mismo se analizarán los principales significados de la probabilidad, su problemática filosófica y las investigaciones más destacadas sobre el desarrollo del razonamiento probabilístico y combinatorio. En particular, se estudiarán las directrices curriculares en probabilidad y combinatoria en diferentes contextos y etapas educativas, recursos didácticos para la enseñanza y aprendizaje del tema, y se discutirán ejemplos de investigaciones centradas en los diferentes focos de interés implicados en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y la combinatoria.

COMPETENCIAS**COMPETENCIAS BÁSICAS**

- CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser



originales en desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación.

- CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.
- CB8 - Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.
- CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.
- CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

COMPETENCIAS GENERALES

- CG01 - Aplicar los conocimientos adquiridos a la resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con el área de estudio
- CG03 - Comunicar sus conclusiones (y los conocimientos y razones últimas que las sustentan) a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades
- CG04 - Aprender de manera autodirigida y autónoma a lo largo de la vida profesional

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

- CE03 - Buscar fuentes bibliográficas, así como analizar y organizar la literatura existente sobre temas específicos relacionados con la Didáctica de la Matemática
- CE04 - Caracterizar y definir un problema de investigación en Didáctica de la Matemática
- CE09 - Adquirir conocimientos prácticos en técnicas de investigación sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas
- CE11 - Aplicar los conocimientos adquiridos a la práctica en: a) la investigación propia de la Didáctica de las Matemáticas; b) el ámbito de la enseñanza de las matemáticas
- CE12 - Adquirir o mejorar las habilidades de exposición oral y escrita de trabajos teóricos y de investigación
- CE13 - Fomentar el espíritu crítico, reflexivo e innovador para mejorar la educación matemática a partir de la investigación

COMPETENCIAS TRANSVERSALES

- CT01 - Mostrar interés por la calidad y la excelencia en la realización de diferentes tareas.
- CT03 - Tener un compromiso ético y social en la aplicación de los conocimientos adquiridos.

RESULTADOS DE APRENDIZAJE (Objetivos)



1. Familiarizarse con las fuentes documentales, revistas, congresos y asociaciones relacionadas con la investigación en didáctica de la probabilidad y la combinatoria y adquirir competencia en la búsqueda de información en las citadas fuentes.
2. Comprender las características de los diferentes significados de la probabilidad que coexisten en el currículo, su problemática filosófica y didáctica y su carácter complementario.
3. Conocer los sesgos más comunes en el razonamiento probabilístico y combinatorio, así como instrumentos de evaluación para diagnosticarlos. Conocer etapas de desarrollo del razonamiento probabilístico y combinatorio desde las primeras edades.
4. Relacionar las directrices curriculares en probabilidad y combinatoria a lo largo de la educación obligatoria en España con las de otros contextos educativos y reflexionar sobre su idoneidad.
5. Adquirir competencia en la formulación de preguntas de investigación en didáctica de la probabilidad y la combinatoria.

PROGRAMA DE CONTENIDOS TEÓRICOS Y PRÁCTICOS

TEÓRICO

1. Epistemología de la probabilidad: significados, aplicaciones y problemática filosófica.
2. Razonamiento probabilístico: investigación sobre desarrollo del razonamiento probabilístico, heurísticas y sesgos en el razonamiento.
3. El currículo de probabilidad: sistema educativo español y perspectiva internacional, investigación curricular, materiales y recursos para la enseñanza.
4. Razonamiento combinatorio: tipos de problemas y estrategias de resolución, errores asociados.

PRÁCTICO

Práctica 1. Desarrollo y análisis de actividades dirigidas a la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad bajo diferentes enfoques.

Práctica 2. Desarrollo y análisis de actividades de evaluación del razonamiento probabilístico en estudiantes. Determinación de variables de tarea.

Práctica 3. Análisis curricular y de recursos didácticos sobre enseñanza y aprendizaje en probabilidad y combinatoria.

Práctica 4. Análisis de variables de tarea, estrategias y dificultades en la resolución problemas combinatorios.

Práctica 5. Análisis crítico de un trabajo de investigación sobre didáctica de la probabilidad y la combinatoria.

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA FUNDAMENTAL

Álvarez-Arroyo, R., Batanero, C. y Gea, M. M. (2024). Probabilistic literacy and reasoning of



prospective secondary school teachers when interpreting media news. *ZDM Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01586-8>

Batanero, C. y Álvarez-Arroyo, R. (2024). Teaching and learning of probability. *ZDM Mathematics Education*, 56, 5-17. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01511-5>

Batanero, C., Álvarez-Arroyo, R. Hernández-Solís, L. A. y Gea, M. M. (2021). El inicio del razonamiento probabilístico en la educación infantil. *PNA*, 15(4), 267-288. <https://doi.org/10.30827/pna.v15i4.22349>

Batanero, C., Begué, N., Álvarez-Arroyo, R. y Valenzuela-Ruiz, S. M. (2021). Prospective mathematics teachers' understanding of classical and frequentist probability. *Mathematics*, 9(19), 2526. <https://doi.org/10.3390/math9192526>. ISSN 2227-7390.

Batanero, C. y Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. London: Sense Publishers.

Batanero, C., Gea, M. M. y Álvarez-Arroyo, R. (2023). La educación del razonamiento probabilístico. *Educação Matemática Pesquisa*, 25(2), 127-144. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2023v25iip127-144>

Batanero, C. (2013). La comprensión de la probabilidad en los niños. ¿Qué podemos aprender de la investigación? En J. A. Fernandes, P. F. Correia, M. H. Martinho, & F. Viseu, (Eds.), *Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola*. Braga: Centro de Investigação em Educação. Universidade Do Minho.

Batanero, C., Henry, M. y Parzysch, B. (2005). The nature of chance and probability. En G. Jones (Ed.), *Exploring Probability in School* (pp. 15-37). New York: Springer.

Batanero, C. y Serrano, L. (1995). Aleatoriedad, sus significados e implicaciones educativas. *Uno*, 15-28.

Borovcnik, M. (2016). Probabilistic thinking and probability literacy in the context of risk. *Educação Matemática Pesquisa*, 18(3), 1491-1516.

Fernandes, J. A., Correia, P. F. y Roa Guzmán, R. (2010). Aquisição das operações combinatórias por alunos pré-universitários através de uma intervenção de ensino. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(2), 215-242.

Gal, I. (2005). Towards probability literacy for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school* (pp. 39-63). Springer.

Hernández-Solís, L. A., Gea, M. M., Batanero, C. y Álvarez-Arroyo, R. (2023) Investigación sobre el razonamiento de los niños en la comparación de probabilidades. *Boletín de Estadística e Investigación Operativa*, 29(1), <https://www.seio.es/beio/research-on-childrens-reasoning-in-comparing-probabilities/>

Roa, R., Batanero, C. y Godino, J. (2003). Estrategias generales y estrategias aritméticas en la resolución de problemas combinatorios. *Educación Matemática*, 15(2), 5-25.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Alonso-Castaño, M., Alonso, P., Mellone, M. y Rodríguez-Muñiz, L. J. (2021). What mathematical



knowledge do prospective teachers reveal when creating and solving a probability problem? *Mathematics*, 9(24), 3300. <https://doi.org/10.3390/math9243300>

Batanero, C. (2015). Understanding randomness: challenges for research and teaching. Ninth Congress of European Research in Mathematics Education. Praga: ERME.

Batanero, C., Godino, J. y Navarro Pelayo, V. (1997). Combinatorial reasoning and its assessment. En I. Gal y J. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistics education* (pp. 239-252). Amsterdam: International Statistical Institute. e I.O.S. Press.

Batanero, C., Godino, J. D. y Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of statistics Education*, 12(1), 1-19.

Batanero, C., López-Martín, M., Arteaga, P. y Gea, M. M. (2018). Characterizing probability problems posed in university entrance tests in Andalucía. En C. Batanero (Ed), *Teaching and learning stochastics* (pp. 103-123). New York: Springer.

Batanero, C., Ortiz, J.J., Serrano, L. y Albanese, V. (2017). Razonamiento sobre probabilidad condicional en situaciones de riesgo. *Suma*, 83, 73-80.

Batanero, C., Hernández-Solís, L. A. y Gea, M. M. (2023). Analysing Costarican and Spanish students' proportional reasoning and comparison of probabilities. *Statistics Education Research Journal*, 22(3), 1-23. <https://doi.org/10.52041/serj.v22i3.659>

Begué, N., Batanero Bernabeu, C. y Gea, M. M. (2018). Comprensión del valor esperado y variabilidad de la proporción muestral por estudiantes de educación secundaria obligatoria. *Enseñanza de las ciencias*, 36(2), 63-79.

Bizet, V., Molina-Portillo, E. y Contreras, J. M. (2023). Objetos matemáticos ligados a la variable aleatoria y sus aplicaciones sobre distribuciones de probabilidad en libros de texto chilenos. *PNA*, 17(2), 201-238. <https://doi.org/10.30827/pna.v7i2.21820>

Espinoza, J. y; Roa, R. (2014). La combinatoria en libros de texto de matemática de educación secundaria en España. En M. T. González; M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en educación matemática XVIII* (pp. 277-286). Salamanca: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.

Gea, M. M., Hernández-Solís, L. A., Batanero, C. y Álvarez-Arroyo, R. (2023) Relating students' proportional reasoning level and their understanding of fair games. *Journal on Mathematics Education*, 14(4), 663-682, <https://doi.org/10.22342/jme.v14i4.pp663-682>

Godino, J. D., Batanero, C. y Roa, R. (2005). An onto-semiotic analysis of combinatorial problems and the solving processes by university students. *Educational Studies in Mathematics*, 60(1), 3-36.

Gómez, E., Batanero, C. y Contreras, J. M. (2014). Conocimiento matemático de futuros profesores para la enseñanza de la probabilidad desde el enfoque frecuencial. *Boletim de Educação Matemática*, 28(48), 209-229

Guerrero, H., Ortiz, J.J. y Contreras, J.M. (2017). Evaluación del conocimiento sobre esperanza matemática y juegos equitativos en estudiantes de Bachillerato. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 11, 107-125.

Hernández-Solís, L. A., Batanero, C. y Gea, M. M. (2023). Costarican students' proportional



reasoning and performance in comparing probabilities in spinners. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 9(12), em2373.
<https://doi.org/10.29333/ejmste/13869>

Hernández-Solís, L. A., Batanero, C., Gea, M. M., y Álvarez-Arroyo, R. (2021). Comparación de probabilidades en urnas: Un estudio con niños chilenos de Educación Primaria. Uniciencia, 35(2), e14494. E-ISSN: 2215-3470 Scopus Q3.

Hernández-Solís, L. A., Batanero, C., Gea, M. M., y Álvarez-Arroyo, R. (2021). Construcción de espacios muestrales asociados a distintos tipos de sucesos: Un estudio exploratorio con niños de Educación Primaria. Educación Matemática, 33(1), 181-207.

Lamanna, L., Gea, M. M. y Batanero, C. (2022). Do Secondary School Students' Strategies in Solving Permutation and Combination Problems Change with Instruction? Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 22, 602-616.
<https://doi.org/10.1007/s42330-022-00228-z>

Ortiz, J. J., Albanese, V. y Serrano, L. (2017). Análisis semiótico del lenguaje de la estadística y probabilidad en libros de texto de educación secundaria obligatoria. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos. Disponible en, enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

Ortiz, J., Batanero, C. y Contreras, C. (2012). Conocimiento de profesores en formación sobre la idea de juego equitativo. Revista Latino Americana de Matemática Educativa, 15(1), 64-91

Roa, R., Godino, J. D. y Batanero, C. (2001). Dificultad de los problemas combinatorios en estudiantes con preparación matemática avanzada. Números, 47, 33-48.

ENLACES RECOMENDADOS

Este curso es uno de los tres relacionados con la línea de investigación en Educación Estadística, en la que el grupo de investigación FQM126 de la Universidad de Granada (<https://fqm126.ugr.es/>) viene trabajando desde hace más de 30 años. Más información sobre algunos trabajos producidos se puede consultar en la página web: <http://www.ugr.es/~batanero/>

METODOLOGÍA DOCENTE

- MD01 Lección magistral/expositiva
- MD02 Sesiones de discusión y debate.

EVALUACIÓN (instrumentos de evaluación, criterios de evaluación y porcentaje sobre la calificación final)

EVALUACIÓN ORDINARIA

El artículo 18 de la Normativa de Evaluación y Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada establece que la convocatoria ordinaria estará basada preferentemente en la evaluación



continua del estudiante, excepto para quienes se les haya reconocido el derecho a la evaluación única final.

La evaluación del curso estará basada en las siguientes componentes. Los porcentajes expresan la ponderación de cada uno de ellos en la calificación final:

- Participación activa en cada una de las sesiones presenciales o participación en la discusión a través de foro, mostrando haber estudiado los documentos asociados (40% de la calificación final).
- Realización de trabajos asignados en cada uno de los temas (40% de la calificación final).
- Trabajo final individual consistente en el análisis, discusión y valoración crítica de un trabajo de investigación sobre educación estadística o en la elaboración de un trabajo de iniciación a la investigación (20% de la calificación final).

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA

El artículo 19 de la Normativa de Evaluación y Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada establece que los estudiantes que no hayan superado la asignatura en la convocatoria ordinaria dispondrán de una convocatoria extraordinaria. A ella podrán concurrir todos los estudiantes, con independencia de haber seguido o no un proceso de evaluación continua. De esta forma, el estudiante que no haya realizado la evaluación continua tendrá la posibilidad de obtener el 100% de la calificación mediante la realización de una prueba y/o trabajo.

En esta convocatoria, el estudiante deberá entregar todas las tareas realizadas durante el desarrollo de la asignatura, junto a un trabajo personal de análisis de una investigación en probabilidad y combinatoria, seleccionada por el profesorado (70% de la calificación final). Una vez entregadas las tareas en el plazo establecido por el profesorado, el estudiante realizará una prueba oral o escrita en base a los contenidos que se abordan en los trabajos presentados (30% de la calificación final).

EVALUACIÓN ÚNICA FINAL

El artículo 8 de la Normativa de Evaluación y Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada establece que podrán acogerse a la evaluación única final, el estudiante que no pueda cumplir con el método de evaluación continua por causas justificadas.

Para acogerse a la evaluación única final, el estudiante, en las dos primeras semanas de impartición de la asignatura o en las dos semanas siguientes a su matriculación si ésta se ha producido con posterioridad al inicio de las clases o por causa sobrevenidas. Lo solicitará, a través del procedimiento electrónico, a la Coordinación del Máster, quien dará traslado al profesorado correspondiente, alegando y acreditando las razones que le asisten para no poder seguir el sistema de evaluación continua.

La evaluación en tal caso consistirá en: la entrega de todas las tareas realizadas durante el desarrollo de la asignatura, junto a un trabajo personal de análisis de una investigación en probabilidad y combinatoria, seleccionada por el profesorado (70% de la calificación final). Una vez entregadas las tareas en el plazo establecido por el profesorado, el estudiante realizará una prueba oral o escrita en base a los contenidos que se abordan en los trabajos presentados (30% de la calificación final).

INFORMACIÓN ADICIONAL





Información de interés para estudiantado con discapacidad y/o Necesidades Específicas de Apoyo Educativo (NEAE): [Gestión de servicios y apoyos](https://ve.ugr.es/servicios/atencion-social/estudiantes-con-discapacidad) (<https://ve.ugr.es/servicios/atencion-social/estudiantes-con-discapacidad>).

