

Guía docente de la asignatura

## Geometría, Topología y Física (M37/56/1/7)

Fecha de aprobación por la Comisión Académica: 07/07/2023

**Máster**

Máster Universitario en Matemáticas

**MÓDULO**

Módulo Iia. Técnicas Avanzadas

**RAMA**

Ciencias

**CENTRO RESPONSABLE DEL TÍTULO**

Escuela Internacional de Posgrado

**Semestre**

Segundo

**Créditos**

8

**Tipo**

Optativa

**Tipo de enseñanza**

Presencial

### BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (Según memoria de verificación del Máster)

1. Métodos Geométricos en Física Matemática avanzada.
2. Invariantes geométricos, homotópicos y homológicos. Aplicaciones.

### COMPETENCIAS

#### COMPETENCIAS BÁSICAS

- CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación.
- CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.
- CB8 - Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.
- CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.



- CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

### COMPETENCIAS GENERALES

- CG01 - Utilizar con soltura herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos.
- CG02 - Usar el inglés, como lengua relevante en el ámbito científico.
- CG03 - Saber trabajar en equipo y gestionar el tiempo de trabajo.

### COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

- CE01 - Saber analizar y construir demostraciones, así como transmitir conocimientos matemáticos avanzados.
- CE02 - Tener capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos matemáticos avanzados.
- CE03 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CE04 - Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada y del mundo de las aplicaciones) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas o refutarlas.
- CE05 - Resolver problemas matemáticos avanzados, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CE06 - Proponer, analizar, validar e interpretar modelos matemáticos complejos, utilizando las herramientas más adecuadas a los fines que se persigan.
- CE09 - Conocer los problemas centrales, la relación entre ellos y las técnicas más adecuadas en los distintos campos de estudio, así como las demostraciones rigurosas de los resultados relevantes.

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE (Objetivos)

### OBJETIVOS O RESULTADOS DE APRENDIZAJE (SEGÚN LA MEMORIA DE VERIFICACIÓN DEL TÍTULO)

1. El alumno será capaz de reconocer las aplicaciones de la Geometría y la Topología Diferencial a problemas teóricos de la Física.
2. El alumno sabrá reconocer conceptos geométricos y herramientas que permiten entender y explicar Teorías en Física Moderna.
3. El alumno será capaz de aplicar invariantes homológicos y homotópicos al estudio de la Geometría Diferencial.

## PROGRAMA DE CONTENIDOS TEÓRICOS Y PRÁCTICOS

### TEÓRICO

#### TEMARIO TEÓRICO-PRÁCTICO:



### Parte I. Geometría y Topología:

1. Grupos de Homotopía. Fibrados y Fibraciones.
2. CW-complejos. Aproximación celular. Teorema de Whitehead.
3. Homología y cohomología. Cofibraciones. Dualidad de Poincaré

### Parte II. Geometría y Física:

1. Curvatura media de hipersuperficies espaciales en el espaciotiempo de Lorentz-Minkowski. El teorema de Calabi-Berstein
2. Espaciotiempos de Friedman-Lemaître-Robertson-Walker generalizados y sus hipersuperficies espaciales.
3. Espaciotiempos globalmente hiperbólicos. Variación de la longitud para geodésicas coespaciales. Teorema de Hawking.

### PRÁCTICO

Cada parte del temario conlleva un contenido práctico de ejemplos y aplicaciones.

### BIBLIOGRAFÍA

#### BIBLIOGRAFÍA FUNDAMENTAL

##### Parte 1:

- A Comprehensive Introduction to Differential Geometry, Vol. 1 al V, Publish or Perish; 3rd edition (1999), Spivak, M.
- Algebraic Topology, <http://www.math.cornell.edu/~hatcher/#ATI>, 2002.; Hatcher, A.
- Algebraic Topology, McGraw-Hill, 1966.; Spanier, E.H.
- Algebraic topology-homotopy and homology, Springer-Verlag, 1975, Switzer R.M.
- Characteristic Classes, Princeton University Press, 1974.; Milnor, J.W. and Stasheff, J.D.
- Fiber Bundles, Springer, 1994.; Husemoller, D.
- Foundation of differentiable manifolds and Lie groups, Springer, 1983.; Warner, F.
- Introduction to Symplectic Topology, Oxford Science Publications, Oxford (1997); McDuff, D. y Salamon, D.
- Lectures on Symplectic Geometry (2001), <http://www.math.ist.utl.pt/~acannas/Books/lsg.pdf>, Cannas da Silva, A.3

##### Parte 2:

- A. Aledo, A. Romero and R.M. Rubio, The classical Calabi-Bernstein theorem revisited, J. Math. Anal. Appl., 431 (2015), 1172-1177.
- L.J. Alías, A. Romero and M. Sánchez, Uniqueness of complete spacelike hypersurfaces of



constant mean curvature in Generalized Robertson–Walker spacetimes, *Gen. Relativ. Gravit.*, 27 (1995), 71–84 .

- J.K. Beem, P.E. Ehrlich and K.L. Easley: *Global Lorentzian Geometry*. Second Edition, Pure and Appl. Math. 202, Marcel Dekker, 1996.
- M. Caballero, A. Romero and R.M. Rubio, New Calabi–Bernstein results for some elliptic nonlinear equations, *Analysis and Applications* 11, 1350002, 18 pp. (2013).
- S.Y. Cheng, S.T. Yau, Maximal spacelike hypersurfaces in the Lorentz–Minkowski space, *Ann. Math.*, 104, 407–419 (1976).
- M.A. Javaloyes, M. Sánchez: *An Introduction to Lorentzian Geometry and its Applications*. Sao Carlos: Rima 2010, ISBN: 978–85–7656–180–4.
- K. Landsman. *Foundations of General Relativity: From Einstein to Black Holes*. Nijmegen: Radboud University Press (2021). Publicación en acceso abierto DOI: <https://doi.org/10.54195/EFVF4478>
- E. Minguzzi, M. Sánchez: The causal hierarchy of spacetimes. Recent developments in pseudo–Riemannian geometry. *ESI Lect. Math. Phys.*, (Eur. Math. Soc. Publ. House, Zurich, 2008), H. Baum and D. Alekseevsky (eds.) p. 299 –358, ISBN=978–3–03719–051–7, arxiv: 0609119.
- B. O'Neill, *Semi–Riemannian Geometry with applications to Relativity*, Academic Press, 1983.
- H. Ringström, *The Cauchy problem in general relativity*. ESI Lectures in Mathematics and Physics. European Mathematical Society (EMS), Zürich, 2009.
- M. Sánchez, On the geometry of Generalized Robertson–Walker spacetimes: geodesics, *Gen. Rel. Grav.*, 30, 914–932 (1998).
- M Sánchez, On the geometry of Generalized Robertson–Walker spacetimes: curvature and Killing fields, *J. Geom. Phys.*, 31 (1999), 1–15.

## BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

- A.N. Bernal, M. Sánchez: Un paseo por las geometrías del espaciotiempo en el centenario de la Relatividad General, *La Gaceta de la RSME* Vol. 18 (2015), Núm. 3, Págs. 521–542.

## ENLACES RECOMENDADOS

<http://www.math.ist.utl.pt/~acannas/Books/lsg.pdf>

<http://www.math.cornell.edu/~hatcher/#ATI>

<https://arxiv.org/pdf/math/0603190.pdf>

## METODOLOGÍA DOCENTE

- MD01 Lección magistral/expositiva
- MD02 Sesiones de discusión y debate
- MD03 Resolución de problemas y estudio de casos prácticos
- MD05 Seminarios
- MD08 Realización de trabajos en grupo



- MD09 Realización de trabajos individuales

## EVALUACIÓN (instrumentos de evaluación, criterios de evaluación y porcentaje sobre la calificación final)

### EVALUACIÓN ORDINARIA

El sistema de evaluación será único, de forma que todos los alumnos deberán seguir el mismo sistema, a excepción de los casos descritos más abajo.

Los procedimientos para la evaluación se centran en tareas enviadas y trabajos propuestos por cada profesor, que el estudiante deberá resolver y entregar conforme a la siguiente valoración:

- Análisis de las tareas y trabajos: 80%.
- Asistencia y participación activa en las clases y otras actividades propuestas: 20%.

Las pruebas de evaluación se adecuarán a la normativa sobre la materia específica de la universidad donde el alumno se encuentra matriculado y se tendrá en cuenta en lo relativo a procedimiento y plazos.

El régimen de asistencia incluye que cada estudiante asista presencialmente a las sesiones de clase impartidas en su universidad de matrícula y online a las impartidas en otras universidades. Los estudiantes que no puedan seguir el régimen de asistencia indicado no tendrán acceso a la evaluación continua y deberán solicitar Evaluación Final Única.

### EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA

Tal y como establece la normativa al respecto, los estudiantes que no hayan superado la asignatura en la convocatoria ordinaria dispondrán de una convocatoria extraordinaria. A ella podrán concurrir todos los estudiantes, con independencia de haber seguido o no un proceso de evaluación continua. La calificación de los estudiantes en la convocatoria extraordinaria se ajustará a las reglas establecidas en la Guía Docente de la asignatura. De esta forma, el estudiante que no haya realizado la evaluación continua tendrá la posibilidad de obtener el 100% de la calificación mediante la realización de un examen de las mismas características que el recogido en el caso de estudiantes de Evaluación Única Final.

### EVALUACIÓN ÚNICA FINAL

Atendiendo a la normativa vigente sobre evaluación y calificación de los estudiantes en cada universidad, el estudiante que no pueda cumplir con el método de evaluación continua por motivos laborales, estado de salud, discapacidad o cualquier otra causa debidamente justificada que les impida seguir el régimen de evaluación continua, podrá acogerse a una evaluación única final. Para acogerse a la evaluación única final, el estudiante, en las dos primeras semanas de impartición de la asignatura, lo solicitará a la Coordinación del Máster, quien dará traslado al profesorado correspondiente, alegando y acreditando las razones que le asisten para no poder seguir el sistema de evaluación continua. Por ello en las convocatorias oficiales se desarrollará un examen que se dividirá en los siguientes apartados:

- Prueba evaluativa escrita, del mismo temario teórico que el resto de sus compañeros.



- Prueba evaluativa escrita del temario práctico (ejercicios, resolución de problemas), de características similares a las realizadas por sus compañeros.

### INFORMACIÓN ADICIONAL

Aunque se hará uso de la teledocencia para todas las actividades programadas en el aula, salvo situaciones justificadas, los estudiantes deben seguir de forma presencial las sesiones que tengan lugar en su universidad.

Información de interés para estudiantado con discapacidad y/o Necesidades Específicas de Apoyo Educativo (NEAE): [Gestión de servicios y apoyos](https://ve.ugr.es/servicios/atencion-social/estudiantes-con-discapacidad) (<https://ve.ugr.es/servicios/atencion-social/estudiantes-con-discapacidad>).

