

Guía docente de la asignatura

Fecha de aprobación por la Comisión Académica: 21/06/2023

## Pensamiento Numérico y Algebraico I (M05/56/2/10)

**Máster**

Máster Universitario en Didáctica de la Matemática

**MÓDULO**

Cursos Especializados

**RAMA**

Ciencias Sociales y Jurídicas

**CENTRO RESPONSABLE DEL TÍTULO**

Escuela Internacional de Posgrado

**Semestre**

Primero

**Créditos**

4

**Tipo**

Optativa

**Tipo de enseñanza**

### PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES

Los establecidos para el acceso al máster.

### BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (Según memoria de verificación del Máster)

1. Campo de investigación Pensamiento Numérico y Algebraico. Sus objetivos. Problemas que aborda. Principales teorías de la Educación Matemática en las que apoya. Agendas de investigación en este campo de investigación. Búsqueda de informes de investigación, en papel y a través de la Red.
2. Desarrollo histórico de los sistemas numéricos (Naturales, Racionales, Enteros) y la introducción del álgebra. Elementos de Matemática Discreta y de Teoría de Números. Problemas relacionados. Elementos de la enseñanza/aprendizaje en relación con dichas partes de la matemática.
3. Problemas "vivos" en este campo de investigación dentro de la Educación Matemática.

### COMPETENCIAS

#### COMPETENCIAS BÁSICAS



- CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación.
- CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.
- CB8 - Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.
- CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.
- CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

### COMPETENCIAS GENERALES

- CG02 - Integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios
- CG03 - Comunicar sus conclusiones (y los conocimientos y razones últimas que las sustentan) a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades
- CG04 - Aprender de manera autodirigida y autónoma a lo largo de la vida profesional

### COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

- CE01 - Plantear y evaluar problemas de investigación en Didáctica de la Matemática
- CE02 - Analizar críticamente la literatura científica en Didáctica de la Matemática
- CE03 - Buscar fuentes bibliográficas, así como analizar y organizar la literatura existente sobre temas específicos relacionados con la Didáctica de la Matemática
- CE10 - Seleccionar, elaborar, analizar e interpretar los datos en una investigación en educación matemática; Interpretar y presentar los resultados de una investigación
- CE11 - Aplicar los conocimientos adquiridos a la práctica en: a) la investigación propia de la Didáctica de las Matemáticas; b) el ámbito de la enseñanza de las matemáticas
- CE12 - Adquirir o mejorar las habilidades de exposición oral y escrita de trabajos teóricos y de investigación
- CE13 - Fomentar el espíritu crítico, reflexivo e innovador para mejorar la educación matemática a partir de la investigación

### COMPETENCIAS TRANSVERSALES

- CT01 - Mostrar interés por la calidad y la excelencia en la realización de diferentes tareas.
- CT03 - Tener un compromiso ético y social en la aplicación de los conocimientos adquiridos.



## RESULTADOS DE APRENDIZAJE (Objetivos)

El alumno sabrá/comprenderá:

- Tomar contacto y delimitar los constructos Pensamiento Numérico y Pensamiento Algebraico
- Obtener conocimientos acerca de aspectos teóricos y uso correcto de la terminología específica relacionada con el Pensamiento Numérico y Algebraico.
- Estudiar teorías de aprendizaje en relación de la comprensión y construcción de los conceptos numéricos y algebraicos por parte de los individuos
- Analizar investigaciones realizadas en Pensamiento Numérico y Algebraico, con especial énfasis en las diferentes metodologías utilizadas en dichas investigaciones.

El alumno será capaz de:

- Trabajar de forma autónoma con documentos escritos, ya hagan referencia a elementos teóricos o recojan un informe de investigación.
- Llevar a cabo la búsqueda y solución de un problema de investigación en el campo del Pensamiento - Participar en debates académicos en el contexto de la investigación en Didáctica de la Matemática.

## PROGRAMA DE CONTENIDOS TEÓRICOS Y PRÁCTICOS

### TEÓRICO

- Tema 1. Pensamiento numérico.
- Tema 2. Sentido numérico.
- Tema 3. Números negativos.
- Tema 4. Razonamiento y construcción del conocimiento aritmético y algebraico.
- Tema 5. Historia de las ideas algebraicas para la investigación en didáctica de las matemáticas.

### PRÁCTICO

## BIBLIOGRAFÍA

### BIBLIOGRAFÍA FUNDAMENTAL

Arcavi, A. (1994). Symbol sense: informal sense-making in formal mathematics. For the Learning of Mathematics, 1(3), 24-35. Disponible en <http://www.fisme.science.uu.nl/fisme/nl/projecten/minisymposiumalgebraict/Arcavi1994FLM.pdf>



Barbin, É. (1997). Histoire des Mathématiques: Pourquoi? Comment? Bulletin de l'Association Mathématiques du Québec, 37(1), 20-25.

Bednarz, N., Kieran, C. y Lee, L. (Eds.) (1996). Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching. Kluwer Academic.

Cañadas, M. C. y Castro, E. (2007). A proposal of categorisation for analysing inductive reasoning. PNA, 1(2), 67-78.

Castro, E. (1995). Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales. Comares.

Castro, E. y Castro, E. (1997). Representaciones y modelización. En L. Rico (Coord.), La Educación Matemática en la enseñanza secundaria (pp. 95-122). ICE-Orsori.

Castro, E. (2012). Dificultades en el aprendizaje del álgebra escolar. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), Investigación en Educación Matemática XVI (pp 75-94). SEIEM.

Castro, E., Cañadas, M. C. y Molina, M. (2010). El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. UNO, 54, 55-67.

Clark, K. M., Kjeldsen, T. H., Schorcht, S., y Tzanakis, C. (Eds.). (2018). Mathematics, Education and History. Towards a Harmonious Partnership. Springer.

Clark, K., Kjeldsen, T. H., Schorcht, S., Tzanakis, C. y Wang, X. (2016). History of mathematics in mathematics education: Recent developments. En L. Radford, F. Furinghetti, y T. Hausberger (Eds.), Proceedings of the 2016 ICME Satellite Meeting of the International Study Group on the Relations Between the History and Pedagogy of Mathematics (pp. 135-179). IREM de Montpellier.

Furinghetti, F. y Karp, A. (Eds.). (2018). Researching the History of Mathematics Education. An International Overview. Cham: Springer.

Johnsonbaugh, R. (2005). Matemáticas discretas. Pearson Educación.

Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? En J. J. Kaput, D. W. Carraher y M. L. Blanton (Eds.), Algebra in the early grades (pp. 5-17). Routledge.

Kaput, J. J. y Blanton, M. L. (2005). Algebrafying the elementary mathematics experience in a teacher-centered, systemic way. En T. Romberg, T. Carpenter y F. Dremock (Eds.), Understanding mathematics and science matters (pp. 99-125). Lawrence Erlbaum Associates.

Kieran, C. (Ed.). (2018). Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds: The global evolution of an emerging field of research and practice. Springer.

López, A., Castro, E. y Cañadas, M. C. (2013). Significados de las relaciones “ser múltiplo” y “ser divisor” mostradas por maestros de educación primaria en formación. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), Investigación en Educación Matemática XVII (pp. 355-365). SEIEM.

Pinto, E. y Cañadas, M. C. (2018). Generalización y razonamiento inductivo en una estudiante de cuarto de primaria. Un estudio de caso desde el pensamiento funcional. En L. J. Rodríguez-Muñoz, L. Muñoz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), Investigación en Educación Matemática XXII (pp. 457-466). SEIEM.



Puig, L. y Cerdán, F. (1990) Acerca del carácter aritmético o algebraico de los problemas verbales. En E. Filloy y T. Rojano (Eds.), *Memorias del Segundo Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática* (pp. 35-48). PNFAPM.

Puig, L. (2006). La resolución de problemas en la historia de las matemáticas. En J. V. Aymerich y S. Macario (Eds.), *Matemáticas para el siglo XXI* (pp. 39-57). Publicacions de la Universitat Jaume I.

Puig, L. (2008). History of algebraic ideas and research on educational algebra. En M. Niss (Ed.), *Proceedings of the Tenth International Congress on Mathematical Education*. CD-version. IMFUFA, Department of Science, Systems and Models, Roskilde University.

Puig, L. (2008). Historias de al-Khwārizmī (1ª entrega). *Suma*, 58, 125-130.

Puig, L. (2008). Historias de al-Khwārizmī (2ª entrega). *Los Libros*. *Suma*, 59, 105-112.

Puig, L. (2009). Historias de al-Khwārizmī (3ª entrega). *Orígenes del álgebra*. *Suma*, 60, 103-108.

Puig, L. (2009). Protoálgebra en Babilonia (1ª entrega). *Suma*, 61, 93-98.

Puig, L. (2010). Historias de al-Khwārizmī (4ª entrega). *El proyecto algebraico*. *Suma*, 65, 87-94.

Puig, L. (2012). Observaciones acerca del propósito del álgebra educativa. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (Anexo, pp. 1-20). SEIEM.

Puig, L. (2019). Observaciones acerca de la historia de las matemáticas en la matemática educativa. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 117-130). Valladolid: SEIEM. Descargable de <https://www.uv.es/puigl/>

Puig, L. y Navarro, T. (2010). Protoálgebra en Babilonia (2ª entrega). *Métodos de solución*. *Suma*, 64, 97-104.

Puig, L., y Rojano, T. (2004). The history of algebra in mathematics education. En K. Stacey, H. Chick, y M. Kendal (Eds.), *The future of the teaching and learning of algebra: The 12th ICMI study* (pp. 189-224). Kluwer Academic Publishers. Disponible en <http://www.uv.es/puigl/textos.htm>

Radford, L. (2001). The historical origins of algebraic thinking. En R. Sutherland, T. Rojano, A. Bell, R. Lins (Eds.), *Perspectives on school algebra* (pp. 13-63). Kluwer.

Radford, L. y Puig, L. (2007). Syntax and meaning as sensuous, Visual, historical forms of algebraic thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 66(2), 145-164.

Rico L., Castro E. y Romero I. (2000). Sistemas de representación y aprendizaje de estructuras numéricas. En J. A. Beltrán, V. Bermejo, L. F. Pérez, M. D. Prieto, D. Vence y R. González (Eds.), *Intervención psicopedagógica y currículum escolar* (pp. 153-182). Psicología.

Valverde, A. G. y Castro, E. (2009). Actuaciones de maestros en formación en la resolución de problemas de proporcionalidad directa. En M. J. González, M. T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 95-122). SEIEM.

Wertheimer, M. (1991). La famosa historia del pequeño Gauss. Capítulo tres del libro “El pensamiento productivo”. Paidós.



Zazkis, R. y Campbell, S. (2006). Number theory in mathematics education. LEA.

## BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

<https://fqm193.ugr.es/>

## ENLACES RECOMENDADOS

Web de proyectos sobre pensamiento algebraico: [www.pensamientoalgebraico.es](http://www.pensamientoalgebraico.es)

Grupo FQM-193: "Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico": <https://fqm193.ugr.es/>

Universidad de Granada: <https://www.ugr.es/>

Escuela Internacional de Posgrado de la UGR:  
[https://escuelaposgrado.ugr.es/pages/masteres\\_oficiales](https://escuelaposgrado.ugr.es/pages/masteres_oficiales)

Master Didáctica de la Matemática: <http://masteres.ugr.es/didacticamatematica/>

Cuenta go.ugr.es: <https://go.ugr.es/>

## METODOLOGÍA DOCENTE

- MD01 Lección magistral/expositiva
- MD02 Sesiones de discusión y debate.
- MD05 Preparación y presentación de los trabajos
- MD06 Análisis de fuentes y documentos

## EVALUACIÓN (instrumentos de evaluación, criterios de evaluación y porcentaje sobre la calificación final)

### EVALUACIÓN ORDINARIA

El artículo 18 de la Normativa de Evaluación y Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada establece que la convocatoria ordinaria estará basada preferentemente en la evaluación continua del estudiante, excepto para quienes se les haya reconocido el derecho a la evaluación única final.

Para la evaluación de los alumnos se consideran los siguientes elementos

E1. Participación activa en el desarrollo de la materia durante el periodo lectivo del curso, tanto presencial como virtualmente (foros). (20%)

E2. Calidad de los trabajos realizados. (60%)

E3. Claridad y profundidad en la presentación de las ideas. (20%)





## EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA

El artículo 19 de la Normativa de Evaluación y Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada establece que los estudiantes que no hayan superado la asignatura en la convocatoria ordinaria dispondrán de una convocatoria extraordinaria. A ella podrán concurrir todos los estudiantes, con independencia de haber seguido o no un proceso de evaluación continua. De esta forma, el estudiante que no haya realizado la evaluación continua tendrá la posibilidad de obtener el 100% de la calificación mediante la realización de una prueba y/o trabajo.

Se tendrán en cuenta:

E2. Calidad de los trabajos realizados. (70%)

E3. Claridad y profundidad en la presentación de las ideas. (30%)

## EVALUACIÓN ÚNICA FINAL

El artículo 8 de la Normativa de Evaluación y Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada establece que podrán acogerse a la evaluación única final, el estudiante que no pueda cumplir con el método de evaluación continua por causas justificadas.

Para acogerse a la evaluación única final, el estudiante, en las dos primeras semanas de impartición de la asignatura o en las dos semanas siguientes a su matriculación si ésta se ha producido con posterioridad al inicio de las clases o por causa sobrevenidas. Lo solicitará, a través del procedimiento electrónico, a la Coordinación del Máster, quien dará traslado al profesorado correspondiente, alegando y acreditando las razones que le asisten para no poder seguir el sistema de evaluación continua.

Se tendrán en cuenta:

E2. Calidad de los trabajos realizados. (70%)

E3. Claridad y profundidad en la presentación de las ideas. (30%)

## INFORMACIÓN ADICIONAL

### METODOLOGÍA DOCENTE

Utilizaremos la plataforma Prado para compartir información y facilitar las interacciones entre los profesores y los estudiantes, y entre estudiantes. Dicho recurso está disponible en la dirección web: <http://prado.ugr.es/moodle/>

En las sesiones presenciales el profesor responsable asistirá presencialmente a la facultad. Esas sesiones también serán transmitidas de virtualmente para los estudiantes que sigan la asignatura de forma virtual-sincrónica. Se hará un vídeo de la sesión y se compartirá con los estudiantes de la asignatura, para aquellos que sigan la asignatura de forma virtual-asincrónica.

Orientaciones para el trabajo de participación del alumno: el alumnado, una vez comience el curso, es responsable de estar atento a todas las comunicaciones, que se harán a través de Prado y/o a través del correo electrónico institucional de la Universidad de Granada.



El trabajo a realizar por los estudiantes se resume en las siguientes actividades formativas:

A1. Lectura crítica de documentos específicos aportados.

A2. Discusión, presencial y virtual, del contenido de documentos encomendados.

A3. Participación en foros.

A4. Realización de trabajos requeridos.

Tutorización: Los estudiantes serán atendidos directamente por los profesores, a través de las vías establecidas, presencial o virtualmente.

Información de interés para estudiantado con discapacidad y/o Necesidades Específicas de Apoyo Educativo (NEAE): [Gestión de servicios y apoyos](https://ve.ugr.es/servicios/atencion-social/estudiantes-con-discapacidad) (<https://ve.ugr.es/servicios/atencion-social/estudiantes-con-discapacidad>).

