

Guía docente de la asignatura

Álgebra Avanzada (M37/56/2/3)

Fecha de aprobación por la Comisión Académica: 12/07/2022

Máster

Máster Universitario en Matemáticas

MÓDULO

Módulo Iia. Técnicas Avanzadas

RAMA

Ciencias

CENTRO RESPONSABLE DEL TÍTULO

Escuela Internacional de Posgrado

Semestre

Segundo

Créditos

8

Tipo

Optativa

Tipo de enseñanza

Presencial

PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES

Los propios de acceso del Máster.

BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (Según memoria de verificación del Máster)

I. Anillos y Álgebras.
II. Categorías de módulos. Métodos homológicos.

COMPETENCIAS

COMPETENCIAS BÁSICAS

- CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación.
- CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.
- CB8 - Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o



limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.

- CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.
- CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

COMPETENCIAS GENERALES

- CG01 - Utilizar con soltura herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos.
- CG02 - Usar el inglés, como lengua relevante en el ámbito científico.
- CG03 - Saber trabajar en equipo y gestionar el tiempo de trabajo.

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

- CE01 - Saber analizar y construir demostraciones, así como transmitir conocimientos matemáticos avanzados.
- CE02 - Tener capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos matemáticos avanzados.
- CE03 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CE04 - Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada y del mundo de las aplicaciones) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas o refutarlas.
- CE05 - Resolver problemas matemáticos avanzados, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CE06 - Proponer, analizar, validar e interpretar modelos matemáticos complejos, utilizando las herramientas más adecuadas a los fines que se persigan.
- CE09 - Conocer los problemas centrales, la relación entre ellos y las técnicas más adecuadas en los distintos campos de estudio, así como las demostraciones rigurosas de los resultados relevantes.

RESULTADOS DE APRENDIZAJE (Objetivos)

Conocer y entender con claridad los aspectos más relevantes de la teoría de categorías. Entender la importancia de los módulos proyectivos, inyectivos y planos. Comprender algunas construcciones de anillos de cocientes. Aprender las nociones básicas de álgebra homológica.

PROGRAMA DE CONTENIDOS TEÓRICOS Y PRÁCTICOS

TEÓRICO

1.- Introducción a la teoría de categorías.

Categorías y funtores. Transformaciones naturales. Equivalencias naturales. Categorías preaditivas. Equivalencias de categorías. Funtores exactos. Funtores adjuntos. Núcleos y conúcleos. Productos y coproductos. Categorías abelianas.



Pullbacks y pushouts. Generadores y cogeneradores. Límites y colímites. Categorías de Grothendieck.

2.- Objetos especiales en la categoría $R\text{-Mod}$

Exactitud de los funtores Hom Módulos proyectivos

Módulos inyectivos

Exactitud del producto tensorial Teoremas del isomorfismo adjunto Módulos planos.

3.- Teoría de Anillos.

Anillos noetherianos

Anillos artinianos

Anillos de cocientes clásicos.

Anillos de cocientes de Utumi, de Martindale y de Ore.

4.- Álgebra Homológica.

Historia. Homología singular. (Co)cadenas de complejos de módulos y (co)homología. Lema del Ker-coker. La sucesión exacta larga.

Homotopía. La categoría de homotopía.

Resoluciones proyectivas e inyectivas. Funtores derivados. Casos covariante y contravariante.

Sucesiones exactas largas naturales.

Los bifuntores Ext y Tor . Propiedades. Las sucesiones exactas largas asociadas. Primer funtor Ext y extensiones, la suma de Baer. Primer funtor Tor y torsión.

PRÁCTICO

Se realizarán ejercicios prácticos de cada tema, introduciendo ejemplos de las construcciones dadas.

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA FUNDAMENTAL

- B. Mitchel. Theory of categories. Academic Press. 1965.
- B. Stenström. Rings of quotients. Springer-Verlag. 1975.
- Bo Stenström. Rings of quotients. Springer-Verlag. 1975.
- C. A. Weibel. An introduction to homological algebra. Cambridge Studies in Advanced Mathematics 38, Cambridge University Press. 1997. F.W. Anderson y K.R. Fuller. Rings and categories of modules. Springer-Verlag.
- Joseph J. Rotman. An introduction to homological algebra. Springer. 2009.
- Joseph J. Rotman. Advanced modern algebra. American Mathematical Society. Segunda. 2010. P.J. Hilton, U. Stambach. A course in homological algebra. Springer-Verlag. 1971.
- T. Y. Lam. A first course in noncommutative rings. Springer.
- T. Y. Lam. Lectures on modules and rings. Springer. 1999.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA



- Benson Farb, R. Keith Dennis. Noncommutative Algebra. Springer-Verlag.
- M. Artin. Algebra. Prentice-Hall Inc.. 1991.

METODOLOGÍA DOCENTE

- MD01 Lección magistral/expositiva
- MD02 Sesiones de discusión y debate
- MD03 Resolución de problemas y estudio de casos prácticos
- MD05 Seminarios
- MD08 Realización de trabajos en grupo
- MD09 Realización de trabajos individuales

EVALUACIÓN (instrumentos de evaluación, criterios de evaluación y porcentaje sobre la calificación final)

EVALUACIÓN ORDINARIA

Se seguirá un sistema de evaluación continua según la siguiente distribución:
Análisis del contenido de los trabajos individuales y grupales realizados en las clases prácticas y seminarios (20%) Problemas y prácticas (20%)
Trabajo final de la asignatura (60%)

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA

Tal y como establece la normativa al respecto, los estudiantes que no hayan superado la asignatura en la convocatoria ordinaria dispondrán de una convocatoria extraordinaria. A ella podrán concurrir todos los estudiantes, con independencia de haber seguido o no un proceso de evaluación continua. De esta forma, el estudiante que no haya realizado la evaluación continua tendrá la posibilidad de obtener el 100% de la calificación mediante la realización de una prueba y/o trabajo.

EVALUACIÓN ÚNICA FINAL

Si no fuese posible la evaluación presencial, se hará remotamente utilizando un sistema de videoconferencia.

Las calificaciones se notificarán a través de las actas preliminares o mediante la plataforma de docencia. La revisión se realizará a través de correo electrónico, teléfono o vídeo conferencia a petición del alumnado.

La solicitud de esta modalidad dependerá de la sede en la que esté matriculado el alumno. Atendiendo a la normativa vigente sobre evaluación y calificación de los estudiantes de las Universidades participantes en el Máster, el estudiante que no pueda cumplir con el método de evaluación continua por motivos laborales, estado de salud, discapacidad o cualquier otra causa debidamente justificada que les impida seguir el régimen de evaluación continua, podrá acogerse a una evaluación única final. Para acogerse a la evaluación única final, el estudiante en las dos primeras semanas de impartición de la asignatura, lo solicitará a la Coordinadora del Máster,



alegando y acreditando las razones que le asisten para no poder seguir el sistema de evaluación continua. Por ello en las convocatorias oficiales se desarrollará un examen que se dividirá en los siguientes apartados :

- Prueba evaluativa escrita, del mismo temario teórico que el resto de sus compañeros.
- Prueba evaluativa escrita del temario práctico.

INFORMACIÓN ADICIONAL

Aunque se hará uso de la teledocencia para todas las actividades programadas en el aula, salvo situaciones justificadas, los estudiantes deben seguir de forma presencial las sesiones que tengan lugar en su universidad.

