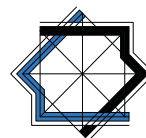


MÓDULO	TÉCNICAS AVANZADAS	
MATERIA	GEOMETRÍA, TOPOLOGÍA Y FÍSICA	
SEMESTRE	SEGUNDO	
CRÉDITOS	8	
ENSEÑANZA	PRESENCIAL	
DISTRIBUCIÓN DOCENTE POR UNIVERSIDADES	UNIVERSIDAD DE GRANADA (4 ECTS) UNIVERSIDAD DE MÁLAGA (4 ECTS)	
IDIOMA	ESPAÑOL/INGLÉS	
PROFESORES		
NOMBRE	DIRECCIÓN	
Romero Sarabia, Alfonso (2 ECTS)	Dpto. Geometría y Topología Facultad de Ciencias, UGR, 958243366, aromero@ugr.es	
Sánchez Caja, Miguel (2 ECTS)	Dpto. Geometría y Topología Facultad de Ciencias, UGR 958246396, sanchezm@ugr.es	
Turiel Sandín, Javier (2 ECTS)	Dpto. Álgebra Geometría y Topología Facultad de Ciencias, UMA, 952131969, turiel@uma.es	
Viruel Arbáizar, Antonio (2 ECTS)	Dpto. Álgebra Geometría y Topología Facultad de Ciencias, UMA, 952132009, viruel@uma.es	
TUTORÍAS		
El horario de tutorías está disponible en la página de profesorado del máster http://masteres.ugr.es/doctomat/pages/info_academica/profesorado , en el curso académico correspondiente.		
PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES (si procede)		
Se habrá de conocer los conceptos básicos de la teoría de variedades diferenciables y geometría riemanniana. Para ello se recomienda haber cursado la asignatura de primer cuatrimestre "Geometría Diferencial Avanzada".		
Es recomendable haber cursado alguna materia sobre Topología Algebraica Básica y estar familiarizado con las nociones de grupo fundamental, espacio recubridor y homotopía.		



COMPETENCIAS GENERALES Y ESPECÍFICAS

COMPETENCIAS GENERALES

- CG1. Saber aplicar los conocimientos adquiridos y desarrollar la capacidad en la resolución de problemas en entornos nuevos o pocos conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con el Álgebra, el Análisis Matemático, la Geometría y Topología o la Matemática Aplicada.
- CG2. Ser capaz de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formar juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.
- CG3. Ser capaz de comunicar sus conclusiones (y los conocimientos y razones últimas que los sustentan) a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades, utilizando en su caso, los medios tecnológicos y audiovisuales adecuados.
- CG4. Poseer las habilidades de aprendizaje que les permita continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.
- CG5. Utilizar con soltura herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos.
- CG6. Usar el inglés, como lengua relevante en el ámbito científico.
- CG7. Saber trabajar en equipo y gestionar el tiempo de trabajo.

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

- CE1. Saber analizar y construir demostraciones, así como transmitir conocimientos matemáticos avanzados.
- CE2. Tener capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos matemáticos avanzados.
- CE3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CE4. Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada y del mundo de las aplicaciones) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas o refutarlas.
- CE5. Resolver problemas matemáticos avanzados, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CE6. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos matemáticos complejos, utilizando las herramientas más adecuadas a los fines que se persigan.
- CE7. Saber elegir y utilizar aplicaciones informáticas, de cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras, para experimentar en matemáticas y resolver problemas complejos.

OBJETIVOS (EXPRESADOS COMO RESULTADOS ESPERABLES DE LA ENSEÑANZA)

Parte I. Geometría y Topología:

- Realizar cálculos sencillos de grupos de homotopía superior usando la sucesión exacta larga de homotopía de una fibración.
- Reconocer el papel fundamental de los CW-complejos en teoría de homotopía vía el Teorema de Whitehead.
- Entender la topología de variedades vía dualidad de Poincaré.

Parte II. Geometría y Física.

- Reconocer el papel de la Geometría Diferencial en el modelado matemático de universos físicos.
- Comprensión de las diferencias y similitudes de las geometrías intrínsecas riemanniana y lorentziana.
- Realizar cálculos de geometría extrínseca en variedades diferenciables riemannianas y lorentzianas.

TEMARIO DE LA ASIGNATURA

Parte I. Geometría y Topología:

1. Grupos de Homotopía. Fibrados y Fibraciones.
2. CW-complejos. Aproximación celular. Teorema de Whitehead.
3. Homología y cohomología. Cofibraciones. Dualidad de Poincaré.



Parte II. Geometría y Física:

1. Curvatura media de hipersuperficies espaciales en el espaciotiempo de Lorentz-Minkowski. El teorema de Calabi-Bernstein.
2. Espaciotiempos de Friedman-Lemaître-Robertson-Walker generalizados y sus hipersuperficies espaciales.
3. Espaciotiempos globalmente hiperbólicos. Teorema de Hawking.

BIBLIOGRAFÍA

Parte I.

- A Comprehensive Introduction to Differential Geometry, Vol. 1 al V, Publish or Perish; 3rd edition (1999), Spivak, M.
- Algebraic Topology, <http://www.math.cornell.edu/~hatcher/#ATI>, 2002.; Hatcher, A.
- Algebraic Topology, McGraw-Hill, 1966.; Spanier, E.H.
- Algebraic topology-homotopy and homology, Springer-Verlag, 1975, Switzer R.M.
- Characteristic Classes, Princeton University Press, 1974.; Milnor, J.W. and Stasheff, J.D.
- Fiber Bundles, Springer, 1994.; Husemoller, D.
- Foundation of differentiable manifolds and Lie groups, Springer, 1983.; Warner, F.
- Introduction to Symplectic Topology, Oxford Science Publications, Oxford (1997).; McDuff, D. y Salamon, D.
- Lectures on Symplectic Geometry (2001), <http://www.math.ist.utl.pt/~acannas/Books/lsg.pdf>, Cannas da Silva, A.3

Parte II.

- J.A. Aledo, A. Romero and R.M. Rubio, The classical Calabi-Bernstein theorem revisited, J. Math. Anal. Appl., 431 (2015), 1172-1177.
- L.J. Alías, A. Romero and M. Sánchez, Uniqueness of complete spacelike hypersurfaces of constant mean curvature in Generalized Robertson-Walker spacetimes, Gen. Relativ. Gravit., 27 (1995), 71-84 .
- J.K. Beem, P.E. Ehrlich and K.L. Easley: Global Lorentzian Geometry. Second Edition, Pure and Appl. Math. 202, Marcel Dekker, 1996.
- M. Caballero, A. Romero and R.M. Rubio, New Calabi-Bernstein results for some elliptic nonlinear equations, Analysis and Applications 11, 1350002, 18 pp. (2013).
- S.Y. Cheng, S.T. Yau, Maximal spacelike hypersurfaces in the Lorentz-Minkowski space, Ann. Math., 104, 407-419 (1976).
- E. Minguzzi, M. Sánchez: The causal hierarchy of spacetimes. Recent developments in pseudo-Riemannian geometry. ESI Lect. Math. Phys., (Eur. Math. Soc. Publ. House, Zurich, 2008), H. Baum and D. Alekseevsky (eds.) p. 299 -358, ISBN=978-3-03719-051-7, arxiv: 0609119.
- B. O'Neill, Semi-Riemannian Geometry with applications to Relativity, Academic Press, 1983.
- M. Sánchez, On the geometry of Generalized Robertson-Walker spacetimes: geodesics, Gen. Rel. Grav., 30, 914-932 (1998).
- M Sánchez, On the geometry of generalized Robertson-Walker spacetimes: curvature and Killing fields, J. Geom. Phys., 31 (1999), 1-15.

ENLACES RECOMENDADOS

<http://www.math.ist.utl.pt/~acannas/Books/lsg.pdf>

<http://www.math.cornell.edu/~hatcher/#ATI>

<https://arxiv.org/pdf/math/0603190.pdf>





METODOLOGÍA DOCENTE

Para la enseñanza de esta materia se proponen las siguientes actividades formativas:

- Sesiones académicas de teoría.
- Seminarios, exposiciones y debates.
- Tutorías especializadas.

EVALUACIÓN (INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y PORCENTAJE SOBRE LA CALIFICACIÓN FINAL, ETC.)

PROCEDIMIENTOS PARA LA EVALUACIÓN.

El sistema de evaluación será único, de forma que todos los alumnos deberán seguir el mismo sistema, a excepción de los casos descritos más abajo.

Los procedimientos para la evaluación se centran en tareas enviadas y trabajos propuestos por cada profesor, que el estudiante deberá resolver y entregar conforme a la siguiente valoración:

- Análisis de las tareas y trabajos: 80%.
- Asistencia y participación activa en las clases y otras actividades propuestas: 20%.

EVALUACIÓN ÚNICA FINAL

Atendiendo a la normativa vigente sobre evaluación y calificación de los estudiantes de las Universidades participantes en el máster, el estudiante que no pueda cumplir con el método de evaluación continua por motivos laborales, estado de salud, discapacidad o cualquier otra causa debidamente justificada que les impida seguir el régimen de evaluación continua, podrá acogerse a una evaluación única final. Para acogerse a la evaluación única final, el estudiante, en las dos primeras semanas de impartición de la asignatura, lo solicitará a la Coordinación del Máster, quien dará traslado al profesorado correspondiente, alegando y acreditando las razones que le asisten para no poder seguir el sistema de evaluación continua. Por ello en las convocatorias oficiales se desarrollará un examen que se dividirá en los siguientes apartados:

- Prueba escrita, del mismo temario teórico que el resto de sus compañeros.
- Prueba escrita del temario práctico.

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Tal y como establece la normativa al respecto, los estudiantes que no hayan superado la asignatura en la convocatoria ordinaria dispondrán de una convocatoria extraordinaria. A ella podrán concurrir todos los estudiantes, con independencia de haber seguido o no un proceso de evaluación continua. De esta forma, el estudiante que no haya realizado la evaluación continua tendrá la posibilidad de obtener el 100% de la calificación mediante la realización de una prueba y/o trabajo.

EVALUACIÓN POR INCIDENCIAS

En la evaluación por incidencias se tendrá en cuenta la normativa de evaluación de las distintas universidades participantes. De esta forma, los estudiantes que no puedan concurrir a pruebas de evaluación que tengan asignadas una fecha de realización por la Comisión Académica del Master, podrán solicitar al Coordinador del Máster la evaluación por incidencias en los siguientes supuestos debidamente acreditados: ante la coincidencia de fecha y hora por motivos de asistencia a las sesiones de órganos colegiados de gobierno o de representación universitaria; por coincidencia con actividades oficiales de los deportistas de alto nivel y de alto rendimiento o por participación en actividades de carácter oficial representando a la Universidad de origen; por coincidencia de fecha y hora de dos o más procedimientos de evaluación de asignaturas de distintos cursos y/o titulaciones; en supuestos de enfermedad debidamente justificada a través de certificado médico oficial; por fallecimiento de un familiar hasta segundo grado de consanguinidad o afinidad acaecido en los diez días previos a la fecha programada para la realización de la prueba; por inicio de una estancia de movilidad saliente en una universidad de destino



cuyo calendario académico requiera la incorporación del estudiante en fechas que coincidan con las fechas de realización de la prueba de evaluación.

INFORMACIÓN ADICIONAL

Aunque se hará uso de la teledocencia para todas las actividades programadas en el aula, salvo situaciones justificadas, los estudiantes deben seguir de forma presencial las sesiones que tengan lugar en su universidad.