

## MODELOS MATEMÁTICOS DE LA FÍSICA

|                                     |  |   |
|-------------------------------------|--|---|
| MÓDULO                              | I. TÉCNICAS AVANZADAS                          |   |
| MATERIA                             | MODELOS MATEMÁTICOS DE LA FÍSICA               |   |
| SEMESTRE                            | SEGUNDO  |   |
| CRÉDITOS                            | 8  |   |
| COORDINA                            | UNIVERSIDAD DE GRANADA                         |   |
| ENSEÑANZA                           | PRESENCIAL                                     |   |
| UNIVERSIDADES EN LAS QUE SE IMPARTE | UNIVERSIDAD DE GRANADA<br>UNIVERSIDAD DE CÁDIZ |   |
| IDIOMA                              | INGLÉS (UGR), ESPAÑOL (UCA)                    |   |
| <b>PROFESORES</b>                   |  |   |
|                                     | <b>NOMBRE</b>                                  | <b>DIRECCIÓN</b>  |
|                                     | MARÍA SANTOS BRUZÓN GALLEGO                    | María Santos Bruzón Gallego<br>Departamento de Matemáticas. Facultad de Ciencias.<br>Tel:956016309.<br><a href="mailto:matematicas.casem@uca.es">matematicas.casem@uca.es</a>     |
|                                     | MARÍA LUZ GANDARIAS NÚÑEZ                      | María Luz Gandarias Núñez<br>Departamento de Matemáticas. Facultad de Ciencias.<br><a href="mailto:marialuz.gandarias@uca.es">marialuz.gandarias@uca.es</a><br>Tel: 956016306.    |
|                                     | ÁNGEL RODRÍGUEZ PALACIOS                       | Departamento de Análisis Matemático.<br>Facultad de Ciencias. Universidad de Granada,<br>18071 Granada.<br><a href="mailto:apalacio@ugr.es">apalacio@ugr.es</a><br>Tel: 958243273 |
|                                     | DAVID RUIZ AGUILAR                             | Departamento de Análisis Matemático.<br>Facultad de Ciencias. Universidad de Granada,<br>18071 Granada.<br><a href="mailto:daruiz@ugr.es">daruiz@ugr.es</a><br>Tel: 958246311     |
|                                     | MARÍA VICTORIA VELASCO COLLADO                 | Departamento de Análisis Matemático.<br>Facultad de Ciencias. Universidad de Granada,<br>18071 Granada.<br><a href="mailto:vvelasco@ugr.es">vvelasco@ugr.es</a><br>Tel: 958243273 |

PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES (si procede)

Los de acceso al máster

COMPETENCIAS GENERALES Y ESPECÍFICAS

COMPETENCIAS GENERALES

- CG1. Saber aplicar los conocimientos adquiridos y desarrollar la capacidad en la resolución de problemas en entornos nuevos o pocos conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con el Álgebra, el Análisis Matemático, la Geometría y Topología o la Matemática Aplicada.
- CG2. Ser capaz de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formar juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.
- CG3. Ser capaz de comunicar sus conclusiones (y los conocimientos y razones últimas que los sustentan) a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades, utilizando en su caso, los medios tecnológicos y audiovisuales adecuados.
- CG4. Poseer las habilidades de aprendizaje que les permita continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.
- CG5. Utilizar con soltura herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos.
- CG6. Usar el inglés, como lengua relevante en el ámbito científico.
- CG7. Saber trabajar en equipo y gestionar el tiempo de trabajo.

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

- CE1. Saber analizar y construir demostraciones, así como transmitir conocimientos matemáticos avanzados.
- CE2. Tener capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos matemáticos avanzados.
- CE3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CE4. Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada y del mundo de las aplicaciones) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas o refutarlas.
- CE5. Resolver problemas matemáticos avanzados, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CE6. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos matemáticos complejos, utilizando las herramientas más adecuadas a los fines que se persigan.
- CE7. Saber elegir y utilizar aplicaciones informáticas, de cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras, para experimentar en matemáticas y resolver problemas complejos.
- CE8. Desarrollar programas informáticos que resuelvan problemas matemáticos avanzados, utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.
- CE9. Conocer los problemas centrales, la relación entre ellos y las técnicas más adecuadas en los distintos campos de estudio, así como las demostraciones rigurosas

OBJETIVOS (EXPRESADOS COMO RESULTADOS ESPERABLES DE LA ENSEÑANZA)

- Saber analizar algunas ecuaciones que modelan importantes fenómenos de la Física. Estudio y análisis e interpretación de las soluciones.
- Establecer la bases de la Axiomatización Matemática de la Mecánica Cuántica.
- Conocer algunos métodos del Análisis Funcional y estudiar su aplicación a las ecuaciones diferenciales
- Saber analizar algunas ecuaciones que modelan importantes fenómenos de la Física.
- Estudio y análisis e interpretación de las soluciones.
- Uso de esta teoría en los ejemplos clásicos de física y biología.
- Tener unas nociones básicas sobre los principios del Cálculo de Variaciones y su aplicación a Ecuaciones en Derivadas Parciales Elípticas.

## TEMARIO DE LA ASIGNATURA

### TEMARIO TEÓRICO

- Tema 1: Repaso de la teoría de los espacios de Hilbert y de algunos conceptos de Análisis Funcional. Introducción al formalismo de la Mecánica Cuántica.
- Tema 2: Teoría de operadores. Operadores compactos. Operadores autoadjuntos. Teorema espectral
- Tema 3: Álgebras de Banach. Teoría espectral. Teoría de representación.  $C^*$ -álgebras. Álgebras no asociativas.
- Tema 4: Grupos uniparamétricos de transformaciones locales. Generador infinitesimal. Teoremas fundamentales de Lie. Invariantes y coordenadas canónicas. Grupos de simetría de ecuaciones diferenciales ordinarias y en derivadas parciales. Fórmula de prolongación. Criterio de invarianza.
- Tema 5: Ecuaciones de primer orden: cálculo de simetrías e integración por cuadratura. Ecuaciones de orden superior: cálculo de simetrías y reducción de orden. Ecuaciones en derivadas parciales: soluciones de similaridad y ecuaciones reducidas.
- Tema 6: Introducción a las Simetrías: potenciales, no clásicas y escondidas.
- Tema 7: Introducción al cálculo de variaciones. Ecuaciones de Euler-Lagrange.
- Tema 8: Espacios de Lebesgue y Espacios de Sobolev. Derivada Fréchet de un funcional. El método directo del Cálculo de Variaciones.
- Tema 9: Minimización con restricciones, multiplicadores de Lagrange. Aplicaciones a Ecuaciones en Derivadas Parciales Elípticas. Introducción a las teorías min-max.

### TEMARIO PRÁCTICO:

- Tema 1. Cálculo de simetrías. Aplicaciones a modelos de la física.
- Tema 2. Cálculo de soluciones de similaridad. Reducción de ecuaciones en derivadas parciales. Aplicaciones a modelos de la física.

### PRÁCTICAS DE LABORATORIO:

- Práctica 1. Cálculo de simetrías con el programa symmgrp2009.max. Aplicaciones a modelos de la física.
- Práctica 2. Cálculo de soluciones de similaridad con el programa symmgrp2009.max. Reducción de ecuaciones en derivadas parciales. Aplicaciones a modelos de la física.

## BIBLIOGRAFÍA

- AMBROSETTI A. y MALCHIODI A., *Nonlinear Analysis and Semilinear Elliptic Problems*, Cambridge Studies in Advanced Mathematics 104, 2007.
- ARVERSON W., *A short course on Spectral Theory*, Graduate Text in Mathematics 209, Springer-Verlag 2002.
- BERBERIAN S.K., *Lectures in Functional Analysis and Operator Theory*, Springer-Verlag, New York, 1988
- BLUMAN, G.W. and COLE, J.D., The general similarity solution of the heat equation. *J. Math. Mech.*, 18, (1969.) 1025-1042.
- BLUMAN, G.W. and KUMEL, S, *Symmetries and differential equations*, Berlin, Springer. 1989.
- BOURBAKI N., *Théories spectrales*, ch. 1 et 2, Hermann, 1967
- BONSALL F.F., DUNCAN J., *Complete normed algebras*, Springer, 1973.
- GALINDO A., PASCUAL P., *Mecánica Cuántica*, Ed. Eudema Universidad, 1989
- GARCÍA GONZÁLEZ, P. ALVARELLOS J. E., GARCÍA SANZ J.J., *Introducción al Formalismo de la Mecánica Cuántica*, Universidad Nacional de Educación a Distancia, 2000.
- HYDON, P. E., *Symmetry methods for Differential Equations: A beginner's guide*, Cambridge University Press. 2000.
- IBRAGIMOV. N.I. *A practical course in differential equations and mathematical modelling*. 2004.
- OLVER, P. J., *Applications of Lie Groups to Differential Equations*, New York; Springer. 1986.
- KADISON R. V. and RINGROSE J. R, *Fundamentals of the Theory of Operator Algebras. Volume I: Elementary Theory*, vol. 15 of Graduate Studies in Mathematics. American Mathematical Society, Providence, 1997.
- MURPHY, G. J.  *$C^*$ -algebras and operator theory*, Academic Press, 1990.



|                |     |    |    |   |   |   | (horas) | ual del<br>alumno<br>(horas) |    |   |   |
|----------------|-----|----|----|---|---|---|---------|------------------------------|----|---|---|
| Semanas<br>1-2 | 1-3 | 18 | 11 | 4 | 5 |   | 5       | 40                           | 5  | 5 | 5 |
| Semanas<br>2-4 | 4-6 | 10 | 6  | 2 | 2 | 1 | 5       | 20                           | 5  |   |   |
| Semanas<br>4-6 | 7-9 | 10 | 6  | 2 | 2 | 1 | 5       | 20                           | 5  |   |   |
| Total<br>horas |     | 38 | 23 | 8 | 9 | 2 | 15      | 80                           | 15 | 5 | 5 |

**EVALUACIÓN (INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y PORCENTAJE SOBRE LA CALIFICACIÓN FINAL, ETC.)**

Los procedimientos para la evaluación:

- a. Participación.
- b. Análisis del contenido de los trabajos individuales y grupales realizados en las clases prácticas, en los seminarios y tutorías, así como de las actividades de evaluación.
- c. Otros procedimientos consensuados entre el profesor y los alumnos para evaluar la participación del estudiante en las diferentes actividades planificadas.

La calificación global responderá a la puntuación ponderada de los diferentes aspectos y actividades que integran el sistema de evaluación, por lo tanto éstas pueden variar en función de las necesidades específicas de las asignaturas que componen cada materia. De manera general se indica la siguiente ponderación:

1. Trabajos individuales y grupales: 40%
2. Prácticas y/o problemas: 30%
3. Actividades en seminarios : 15%
4. Otras actividades: 15%

**INFORMACIÓN ADICIONAL**

En la web del máster