GUIA DOCENTE DE LA MATERIA

GEOMETRÍA, TOPOLOGÍA Y FÍSICA

Curso 2017/2018

MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS

MÓDULO	TÉCNICAS AVANZADAS
MATERIA	GEOMETRÍA, TOPOLOGÍA Y FÍSICA
SEMESTRE	PRIMERO
CRÉDITOS	8
COORDINA	UNIVERSIDAD DE MÁLAGA
ENSEÑANZA	PRESENCIAL
DISTRIBUCIÓN DOCENTE POR UNIVERSIDADES	UNIVERSIDAD DE GRANADA (4 ECTS) UNIVERSIDAD DE MÁLAGA (4 ECTS)
IDIOMA	INGLÉS/ESPAÑOL

PROFESORES

NOMBRE	DIRECCIÓN
Romero Sarabia, Alfonso (2 ECTS)	Dpto. Geometría y Topología Facultad de Ciencias, UGR Correo electrónico: aromero@ugr.es
Sánchez Caja, Miguel (2 ECTS)	Dpto. Geometría y Topología Facultad de Ciencias, UGR Correo electrónico: sanchezm@ugr.es
Turiel Sandín, Javier (2 ECTS))	Dpto. Álgebra Geometría y Topología Facultad de Ciencias, UMA Correo electrónico: turiel@uma.es
Viruel Arbáizar, Antonio (2 ECTS)	Dpto. Álgebra Geometría y Topología Facultad de Ciencias, UMA Correo electrónico: viruel@uma.es

PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES (si procede)

Se habrá de conocer los conceptos básicos de la teoría de variedades diferenciables. Es recomendable haber cursado alguna materia sobre Topología Algebraica Básica y estar familiarizado con las nociones de grupo fundamental, espacio recubridor y homotopía.

COMPETENCIAS GENERALES Y ESPECÍFICAS

COMPETENCIAS GENERALES

• CG1. Saber aplicar los conocimientos adquiridos y desarrollar la capacidad en la resolución de problemas en entornos nuevos o pocos conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con el Álgebra, el Análisis Matemático, la Geometría y Topología o la Matemática Aplicada.

• CG2. Ser capaz de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formar juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la

aplicación de sus conocimientos y juicios.
• CG3. Ser capaz de comunicar sus conclusiones (y los conocimientos y razones últimas que los sustentan) a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades, utilizando en su caso, los medios tecnológicos y audiovisuales adecuados.
• CG4. Poseer las habilidades de aprendizaje que les permita continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.
• CG5. Utilizar con soltura herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos.
• CG6. Usar el inglés, como lengua relevante en el ámbito científico.
• CG7. Saber trabajar en equipo y gestionar el tiempo de trabajo.

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS
• CE1. Saber analizar y construir demostraciones, así como transmitir conocimientos matemáticos avanzados.
• CE2. Tener capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos matemáticos avanzados.
• CE3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
• CE4. Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada y del mundo de las aplicaciones) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas o refutarlas.
• CE5. Resolver problemas matemáticos avanzados, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos.
• CE6. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos matemáticos complejos, utilizando las herramientas más adecuadas a los fines que se persigan.
• CE7. Saber elegir y utilizar aplicaciones informáticas, de cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras, para experimentar en matemáticas y resolver problemas complejos.

OBJETIVOS (EXPRESADOS COMO RESULTADOS ESPERABLES DE LA ENSEÑANZA)

Parte I. Geometría y Topología:
- Realizar cálculos sencillos de grupos de homotopía superior usando la sucesión exacta larga de homotopía de una fibración.
- Reconocer el papel fundamental de los CW-complejos en teoría de homotopía vía el Teorema de Whitehead.
- Entender la topología de variedades vía dualidad de Poincaré.

Parte II. Geometría y Física.
- Reconocer el papel de la Geometría Diferencial en el modelado matemático de universos físicos.

TEMARIO DE LA ASIGNATURA

Parte I. Geometría y Topología:
1. Grupos de Homotopía. Fibrados y Fibraciones.
2. CW-complejos. Aproximación celular. Teorema de Whitehead.
3. Homología y cohomología. Cofibraciones. Dualidad de Poincaré.

Parte II. Geometría y Física:
1. Curvatura media de hipersuperficies espaciales en el espaciotiempo de Lorentz-Minkowski. El teorema de Calabi-Bernstein.
2. Espaciotiempos de Friedman-Lemaître-Robertson-Walker generalizados y sus hipersuperficies espaciales.
3. Espaciotiempos globalmente hiperbólicos. Teorema de Hawking.

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA FUNDAMENTAL:

Parte I

1. A Comprehensive Introduction to Differential Geometry, Vol. 1 al V, Publish or Perish; 3rd edition (1999), Spivak, M.
2. Algebraic Topology, http://www.math.cornell.edu/~hatcher/#ATI , 2002.; Hatcher, A.
3. Algebraic Topology, McGraw-Hill, 1966.; Spanier, E.H.
4. Algebraic topology-homotopy and homology, Springer-Verlag, 1975, Switzer R.M.
5. Characteristic Classes, Princeton University Press, 1974.; Milnor, J.W. and Stasheff, J.D.
6. Fiber Bundles, Springer, 1994.; Husemoller, D.
7. Foundation of differentiable manifolds and Lie groups, Springer, 1983.; Warner, F.
8. Introduction to Symplectic Topology, Oxford Science Publications, Oxford (1997).; McDuff, D. y Salamon, D.
9. Lectures on Symplectic Geometry (2001), http://www.math.ist.utl.pt/~acannas/Books/lsg.pdf , Cannas da Silva, A.3

Parte II

1. J.A. Aledo, A. Romero and R.M. Rubio, The classical Calabi–Bernstein theorem revisited, J. Math. Anal. Appl., 431 (2015), 1172-1177.
2. L.J. Alías, A. Romero and M. Sánchez, Uniqueness of complete spacelike hypersurfaces of constant mean curvature in Generalized Robertson-Walker spacetimes, Gen. Relativ. Gravit., 27 (1995), 71-84 .
3. A.N. Bernal, M. Sánchez, Globally hyperbolic spacetimes can be defined as ‘causal’ instead of ‘strongly causal’ Classical Quantum Grav., 24 (2007), 745-750.
4. M. Caballero, A. Romero and R.M. Rubio, New Calabi-Bernstein results for some elliptic nonlinear equations, Analysis and Applications 11, 1350002, 18 pp. (2013).
5. S.Y. Cheng, S.T. Yau, Maximal spacelike hypersurfaces in the Lorentz-Minkowski space, Ann. Math., 104, 407-419 (1976).
6. B. O'Neill, Semi-Riemannian Geometry with applications to Relativity, Academic Press, 1983.
7. M. Sánchez, On the geometry of Generalized Robertson-Walker spacetimes: geodesics, Gen. Rel. Grav., 30, 914-932 (1998).
8. M Sánchez, On the geometry of generalized Robertson-Walker spacetimes: curvature and Killing fields, J. Geom. Phys., 31 (1999), 1-15.

ENLACES RECOMENDADOS

http://www.math.ist.utl.pt/~acannas/Books/lsg.pdf

http://www.math.cornell.edu/~hatcher/#ATI

https://arxiv.org/pdf/math/0603190.pdf

METODOLOGÍA DOCENTE

- Sesiones académicas de teoría.
- Seminarios, exposiciones y debates.
- Tutorías especializadas.

EVALUACIÓN (INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y PORCENTAJE SOBRE LA CALIFICACIÓN FINAL, ETC.)

- La evaluación del estudiante se llevará a cabo mediante ejercicios y/o trabajos que el estudiante tendrá que resolver usando lo aprendido en el curso. Para ello contará con un tiempo razonable (usualmente varias semanas).

INFORMACIÓN ADICIONAL

Aunque se hará uso de la teledocencia para todas las actividades programadas en el aula, salvo situaciones justificadas, los estudiantes deben seguir de forma presencial las sesiones que tengan lugar en su universidad.