



UNIVERSIDAD DE GRANADA

Máster Universitario en Estadística Aplicada
Trabajo de fin de máster

EFFECTOS ESTACIONALES DEL CLIMA EN VIÑEDOS: CASO EN URUGUAY

Estudiante:

Jairo Méndez Flórez

Tutores:

José Miguel Angulo Ibáñez
José Luis Romero Béjarano

Año:

2020/2021

Índice general:

1.	Introducción:	2
2.	Objetivos:	2
3.	Marco teórico:	2
3.1.	La temperatura en los viñedos:	4
3.2.	Impacto de la temperatura en la calidad del vino:	6
3.3.	¿Por qué se debería espacializar las temperaturas?	7
4.	Métodos estadísticos:	8
4.1.	Series temporales.....	8
4.2.	Estadística espacial:.....	8
4.3.	Datos espacio-temporales:.....	9
4.4.	Variable regionalizada:	9
4.4.1.	Momentos de una variable regionalizada:	9
4.5.	Estacionariedad:.....	10
4.5.1.	Estacionariedad de Segundo Orden.....	10
4.5.2.	Estacionariedad débil o intrínseca	11
4.6.	Modelos estadísticos de series temporales:.....	11
4.6.1.	Estimación del variograma y del covariograma:	14
4.6.2.	Ejemplos de covarianzas y semivariogramas:	15
4.7.	Modelos de predicción autorregresivos:	16
4.7.1.	Modelos univariados:	17
4.7.2.	Modelos multivariados:.....	17
5.	Aplicación.....	19
5.1.	Presentación de los datos:	19
5.2.	Zona de estudio.....	19
5.3.	Análisis exploratorio de los datos:	20
5.4.	Análisis exploratorio de los datos espacio-temporales:	25
5.4.1.	Variograma espacio-temporal	26
6.	Discusión:	29
7.	Conclusiones:	30
8.	Bibliografía:	31
	Anexos.....	35

1. Introducción:

El clima juega un papel importante en el desarrollo natural de los ecosistemas. En el caso de las vides¹, es bien conocido que el clima determina las condiciones del desarrollo de los procesos fisiológicos naturales de la planta, el crecimiento vegetativo, la floración y la producción de frutos, así mismo el impacto que este puede representar en el cultivo, en el rendimiento y en la calidad del vino (Pagay et al. 2017). Bois et al. (2008) indican que el sol y el clima son los principales componentes “físicos” del terruño²; a su vez, subrayan que el clima es fundamental para la determinación de la calidad de la uva, la cual puede estar muy marcada, de una añada a otra. Bonnardot et al. (2012) indicaron que la temperatura tiene el efecto más importante sobre el crecimiento de la vid, la calidad y el carácter del vino. No obstante, no se puede dejar toda la responsabilidad a la temperatura, también existen otros elementos como: la luz, la altitud, la topografía, el estrés hídrico de la planta, la gestión de la vid, etc., que juegan un rol importante en el buen funcionamiento de los cultivos, y en especial de las vides, resultando en variaciones temporales y espaciales en la calidad y tipicidad del vino (Montes et al. 2012).

Los estudios realizados a través de análisis estadístico con datos climáticos han sido muy utilizados en estas últimas décadas. Estos han permitido determinar el inminente cambio climático y el impacto que este tendrá en algunas regiones del mundo. Este impacto se verá reflejado en los diferentes ecosistemas (terrestres y marinos) y en los diferentes tipos de agricultura. En el caso de los viñedos, estos son considerados por ser buenos marcadores del cambio climático. Las vides son cultivadas solamente en determinadas regiones del mundo, lo que se busca a través de estos estudios estadísticos, es realizar previsiones con el objetivo de mejorar las políticas de gestión agrícola. Al mismo tiempo, estos estudios darán una visión de las posibles “nuevas zonas” que serán propensas para los viñedos y de nuevas variedades de uva.

Este trabajo fin de máster, en primer lugar, presentará los fundamentos teóricos recopilando una bibliografía que permitirá explicar el beneficio y el impacto de la temperatura en los viñedos. En la segunda parte, se presentarán los aspectos metodológicos y fundamentales para los procesos espacio-temporales que se utilizarán en la realización de los análisis estadísticos. En un tercer lugar, se presentarán los datos que servirán como soporte para los análisis estadísticos que se realizarán. Para terminar, se presentarán los resultados obtenidos por medio del método estadístico seleccionado y se dejará paso a una discusión y a eventuales propuestas de trabajo.

2. Objetivos:

Realizar un análisis estadístico de series temporales de la temperatura del aire para la gestión de la vid (caso de Uruguay).

Estudiar la variabilidad climática a escala local (estudio de caso en viñedos).

3. Marco teórico:

La variabilidad espacio-temporal del clima y los posibles fenómenos que pueden acontecer están ligados a la escala utilizada como lo explica Oke (1988), en el gráfico 1. En este gráfico, se observan los posibles fenómenos que pueden suceder dentro de una cuadrícula según los

¹ Planta vivaz y trepadora de la familia de las vitáceas, con tronco retorcido, vástagos muy largos, flexibles y nudosos, cuyo fruto es la uva.

² Porción de tierra.

probables límites de espacio-tiempo, estas escalas podrían variar según el autor y la interpretación que se le pueda dar, pero de manera genérica se observa que existen diferentes niveles de escala climática:

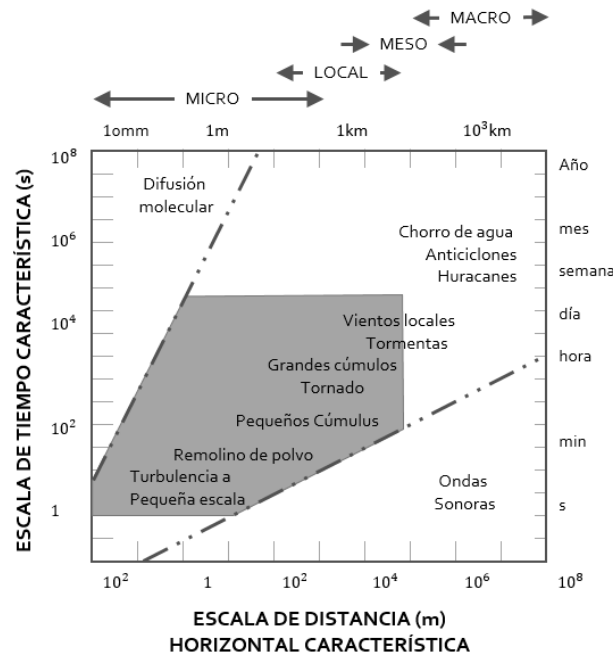


Gráfico 1. Adaptado de Oke (1988).

Quénol (2011) explica que diferentes elementos tales como el relieve, la vegetación o las infraestructuras, entre otros, modifican el comportamiento de las variables climáticas y ayudan a caracterizar los "microclimas". Es por eso que es posible encontrar variedades espacio-temporales del clima en un espacio relativamente restringido. En el gráfico 2 se explica que en los climas regionales es posible encontrar tres escalas anidadas: la escala regional (100km), la escala del topoclima (1 – 10km) y la escala del microclima (10-100m), adaptado por Quénol (2011) descrita en Choisnel (2001):

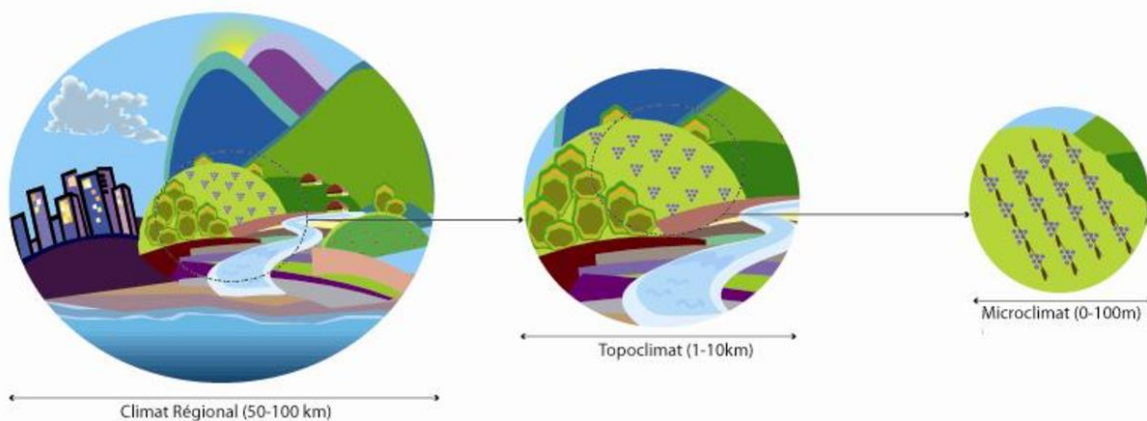


Gráfico 2. Tomado de Quénol (2011)

Los estudios realizados del clima en agricultura se concentran principalmente en las escalas "macro" y "meso" o "clima regional" según el gráfico anterior. Las escalas finas como la "local" y la "micro" son poco estudiadas, puesto que estas se consideran que son derivadas de las grandes escalas. Otro punto relevante, son los costes que conllevan la realización de un estudio a escala

local, ya que es necesario disponer de diferentes sensores de temperatura localizados dentro de la zona de estudio y que sean capaces de representar el microclima; otro punto importante es el mantenimiento de estos sensores. La utilización de estos sensores en el estudio del microclima es relativamente nueva el acceso a datos históricos es considerado limitado (Bois et al. 2018).

3.1. La temperatura en los viñedos:

La temperatura se convierte en uno de los factores más importantes a tener en cuenta, ya que esta controla: el desarrollo vegetativo del viñedo, el impacto en las hojas (Hunter & Bonnardot, 2011; Bois et al. 2018), la composición de la uva y permite evaluar las fechas fenológicas para la siembra y la cosecha (Rességuier et al. 2020). También, tiene una influencia en la maduración de la uva, en el contenido del azúcar, de la acidez, del potencial aromático y del contenido de antocianinas. Cook & Wolkovich (2016) indican que en general, la precipitación y las temperaturas, contribuyen a la calidad del vino y al momento de la vendimia³, aunque la temperatura es el factor más crítico que influye en la fenología de la uva. Jones et al. (2010) indican que en general el clima, anual y estacional de referencia de una región y su variabilidad, determina en gran medida la idoneidad, productividad y calidad de los cultivos.

Los cultivos perennes, como la vid, constituyen un excelente marcador y son muy sensibles a las variaciones de la temperatura (Loussert, 2017). La adaptación de los viñedos al cambio climático ha llevado a un análisis intrínseco de las principales regiones cultivadoras de vino en todo el mundo, donde el calentamiento podría alterar el estilo de los vinos tradicionales y/o de las variedades utilizadas (Jones, 2006). Se observa de manera más continua los impactos de éste con modificaciones: en la calidad del vino, reducción en la producción, modificación de la zonificación de los cultivos, de las fechas de siembra y cosecha... Los datos históricos de las temperaturas han sido utilizados como un indicador en investigación climática indicando de esta manera un aumento de las temperaturas en regiones vinícolas a nivel mundial. Como, por ejemplo, en Sud-África con 1.30°C, en Francia con 1°C en promedio (Neethling et al., 2011), en Uruguay de 0.80°C (Fourment et al., 2013) así mismo que en otras regiones del mundo. Bois et al. (2018) indican que la temperatura es una variable climática determinante para el desarrollo de la vid y la cinética de la maduración de la uva. Algunos resultados han mostrado el impacto que tiene la vid con respecto a la temperatura del aire.

Estudios que se han llevado a cabo dentro de la misma zona de denominación vitícola han permitido una mayor cobertura de la región y así mismo poder estudiar zonas a nivel local, llegando hasta el estudio a nivel de la parcela (escala fina). Se puede observar en el estudio realizado en África del Sur por Bonnardot et al. (2012), en Chile por Montes et al. (2012) y en Francia por Bois & Van Leeuwen (2008), Neethling et al. (2011), Le Roux et al. (2017), Rességuier et al. (2020), entre otros, como la variación de la temperatura en la misma región puede cambiar el comportamiento de la vid, la modificación gustativa y cualitativa del vino. A esto se le añaden otras variables que influyen en la variación de las temperaturas a nivel local dentro de las regiones como son las precipitaciones, la exposición al sol, la topografía y la gestión de los cultivos.

El estudio realizado por Bonnardot et al. (2012) en África del sur, se puede observar que, en las diferentes resoluciones horizontales utilizadas en su investigación sobre la región, la temperatura fue uno de los factores analizados durante el periodo de maduración de la uva. Se tuvo en cuenta

³ Recolección y cosecha de la uva.

igualmente la elevación, la textura y la pendiente del suelo, dando como resultado en el modelo utilizado una fuerte correlación entre la temperatura y la elevación. Este mismo resultado fue obtenido por Rességuier et al. (2020), en su estudio sobre la variabilidad de la temperatura a escala local en la región de Burdeos-Francia, en donde indican cómo las temperaturas siguen un patrón espacial opuesto con respecto a la altitud: en donde las temperaturas más cálidas se registran en altitudes bajas y las temperaturas más frías en altitudes altas, este fenómeno surgirá según el tiempo (nublado, despejado...) y el periodo del día (día o noche) en donde las temperaturas podrán variar según la forma del relieve. Los autores indican igualmente que se pueden observar momentos de inversión térmica, lo que corresponde a temperaturas más frías en las zonas bajas (esto debido a un estancamiento de la temperatura en los valles) con respecto a las zonas más altas (en donde las temperaturas pueden ser más altas). Este tipo de fenómeno sucede en lugares en donde la topografía del terreno impide el drenaje del aire frío de forma más rápida a causa de su acumulación (en valles o en los sectores sub-horizontales) y esto bajo algunas condiciones climáticas, generando fuertes diferencias entre las temperaturas.

Le Roux et al. (2017) indican que, en una escala fina, el clima se encuentra fuertemente impactado por la rugosidad del suelo así mismo que por la ocupación de este. Carrega (2003) indica que la exposición es otro factor que influye en la repartición espacial de las temperaturas en una región, puesto que las variaciones locales en el medio ambiente tienen un impacto en la fenología, el crecimiento de las frutas, la composición y la cantidad de bayas y en el estilo del vino producido. Existen otros factores que juegan un rol importante en la variabilidad de las temperaturas (que sean de origen natural o antrópico) como, por ejemplo, la presencia de un lago, la cercanía al mar, a un bosque, un muro, etc. La combinación de estas diferentes características geográficas puede afectar el cultivo de la vid (Bonnefoy et al., 2013).

Muchos estudios se han realizado en las regiones productoras de vino, pero pocos estudios se han concentrado en el estudio a nivel de la parcela. Esto se debe a que, al estudiar la región, las estaciones meteorológicas (red nacional de meteorología) utilizadas suelen encontrarse lejos de las parcelas. Por lo cual, el comportamiento climático puede estar sesgado y no mostrar las variaciones climáticas a la escala de la parcela o de una denominación de vino. Por lo tanto, la utilización de datos a nivel local permite una mejor comprensión de las temperaturas puesto que es posible encontrar diferencias importantes entre los datos regionales y los locales (Quénol & Bonnardot, 2014; Le Roux et al., 2017). De igual forma que una subestimación de la temperatura nocturna y en algunos casos una sobreestimación durante el día según Bonnefoy et al. (2013). La comprensión climática es necesaria para una mejor gestión a nivel local y una mejor política climática para los actores regionales y locales. El desarrollo tecnológico reciente, incluida la miniaturización de sensores de temperatura, el desarrollo de estaciones meteorológicas, así como el uso de modelos digitales de elevación (DEM), sistemas de información geográficos (GIS), geoestadística, modelos de regresión lineal y no lineal, permiten el mapeo de temperaturas del aire en las zonas vitivinícolas en una escala aún más fina (Rességuier et al., 2020).

Los estudios realizados a una escala fina han utilizado sensores a nivel de las parcelas. Estos sensores se han instalado de tal forma que representan el monitoreo del clima a nivel local (Bonnefoy et al., 2013; Rességuier et al., 2020). La utilización de estos sensores ha permitido una mejor comprensión del comportamiento de las temperaturas durante el día y durante de la noche. Igualmente, el impacto (positivo o negativo) que estas pueden tener en los diferentes estados fenológicos de la planta, en la maduración de la uva, y así mismo, la repercusión en la

calidad del vino. El interés de conocer el comportamiento diario de las temperaturas permitirá una mejor gestión de las parcelas, esto con el fin de aprovechar al máximo las zonas más cálidas y limitar los daños en las plantas en días muy calurosos. Petrie & Clingeleffer (2005) demostraron en su estudio que en los días en donde la temperatura es superior a 30° C y esta se mantiene durante varios días, el número de flores por inflorescencia era 18% menor que en condiciones normales. Keller et al. (2010) obtuvieron resultados similares en su estudio, donde alcanzaron un tercio menos de flores cuando expusieron a temperaturas más cálidas los cogollos de las vides cerca de la brotación y de flores más pequeñas cuando las temperaturas son por debajo de la temperatura ambiente. Pagay & Collins (2017) indican que las temperaturas diurnas superiores a 35°C durante el periodo de la floración fueron perjudiciales para la producción de frutos y la fertilidad de los óvulos, en donde se observó menos bayas por racimo. Huglin (1978) indicó que la temperatura de 40°C puede ser considerada como cercana de la letalidad para los organismos foliares.

3.2. Impacto de la temperatura en la calidad del vino:

Otro efecto que se puede observar cuando las temperaturas sobrepasan los 30°C durante varios días de forma continua es en la calidad del vino. Según los estudios realizados por Falcão et al. (2007), la pérdida aromática, y el estilo del vino producido, se ven fuertemente afectados por el aumento prolongado de las temperaturas. Los efectos acumulativos de la temperatura provocan un cambio en el metabolismo de la fruta y puede conducir a una maduración estancada. Uno de los procesos que se ve fuertemente alterado por la modificación de las temperaturas son las antocianinas, las cuales juegan un rol importante en la reproducción de las plantas y en el característico color rojo, azul y púrpura en los tejidos vegetales (Spayd et al., 2002; Mori et al., 2007). Las temperaturas más altas también modifican la acumulación de otros compuestos que son cuantitativamente menos importantes pero muy relevantes para el color y el aroma del vino (Mira de Orduña, 2010).

Cuando la temperatura de la planta aumenta, ya sea mediante calentamiento directo o temperatura del aire, se dice que aumentará la velocidad de su desarrollo y de los procesos metabólicos. La literatura sugiere que, las temperaturas tienen una mayor influencia en las uvas que la luz solar, aunque esta última promueve la maduración de la uva, activando la síntesis y la acumulación de diversos compuestos de la piel incluyendo los azúcares, ácidos, aminoácidos, etc. (Downey et al., 2006; Jackson, 2014; Crespo et al., 2017). Sin embargo, altas temperaturas pueden afectar de forma significativa los procesos metabólicos, por lo que es importante vigilar los cambios de temperatura en los viñedos, esto mediante las redes de estaciones climáticas locales, las cuales permitirán una mejor visión de la repartición de manera local de las temperaturas o un impacto del cambio climático a escala local.

En el estudio llevado a cabo por Neethling et al. (2011), la influencia de la temperatura llevó a un cambio de 2 semanas de avance de la cosecha frente a otros años. Otros autores han constatado igualmente la respuesta que han tenido los viñedos frente a el cambio climático, en donde se observó un avance en los estados fenológicos con respecto a temporadas anteriores (Jones & Davis, 2000; Koch & Oehl, 2018). Neethling et al. (2001) señalan igualmente la importancia de estudiar las temperaturas nocturnas, ya que esto permite definir la capacidad que tendrá el viñedo a adaptarse y la influencia que estas puedan tener sobre los componentes secundarios de las uvas. Bonnardot et al. (2012) remarcan que este tipo de temperaturas son importantes para la descripción de los climas de los viñedos. Jackson (2014) indica que las temperaturas cálidas en la

noche son importantes para la acumulación de los aromas en las uvas. Quénot et al. (2015) concluyen que al final del ciclo vegetativo, la amplitud térmica y las temperaturas nocturnas van a jugar un rol mayor en la síntesis de los aromas, de los compuestos fenológicos y el potencial aromático. Bonnefoy et al. (2013) explican que las temperaturas nocturnas frescas durante la maduración promueven la biosíntesis de antocianinas y ácidos abscísicos dando a las uvas el color de la piel y la calidad del vino.

3.3. ¿Por qué se debería espacializar las temperaturas?

En la actualidad, los índices térmicos de Winkler o Huglin (1978) son importantes para determinar las características y el potencial de una región vitícola. Estos índices bioclimáticos se basan en la temperatura promedio $> 10^{\circ}\text{C}$ durante el periodo vegetativo, cuando la fotosíntesis es activa. El cálculo de estos índices varía según el hemisferio; en el caso del hemisferio sur el periodo comprende entre el 1 de septiembre y el 28 de febrero (Fourment et al., 2013). Estos índices son importantes puesto que permiten determinar la influencia del clima en el viñedo, de esta manera la región vinícola puede tener una clasificación según el índice que se estudie y determinar el potencial vinícola de una región (Bonnefoy et al., 2010), (Neethling et al, 2011). Estos índices proporcionan igualmente una evaluación inicial de los impactos del cambio climático en la vid y permiten delimitar las regiones vitícolas en todo el mundo (Piña-Rey et al. 2020).

El análisis de estos índices permite crear un interés en la espacialización de las temperaturas, y al mismo tiempo realizar análisis y modelos estadísticos, los cuales permitirán encontrar los terruños con condiciones térmicas ideales para el desarrollo de la vid, favoreciendo de esta manera el color, el sabor y la calidad de la uva. Es necesario saber que la realización de modelos estadísticos es, en la actualidad, una herramienta muy poderosa para la comprensión de los factores climáticos locales y poder evaluar el clima a escalas finas. Los diferentes modelos estadísticos proporcionan información valiosa para la búsqueda de una combinación ideal entre cultivar y el terroir (terruño) como lo indica Bonnardot et al. (2012). Hunter & Bonnardot (2011), subrayan que para mejorar la calidad de la uva y del vino, es necesario estudiar la idoneidad de los parámetros climáticos en los procesos fisiológicos a escala fina. Ressaygues et al. (2020) indican igualmente que la espacialización de la temperatura a escala local permite una gestión más organizada del viñedo.

Bois et al. (2018) subrayan en su estudio que la zonificación espacial de las temperaturas se puede utilizar como una herramienta relevante para el manejo del viñedo, puesto que de esta manera se podría escoger o seleccionar el tipo de uva con respecto al potencial de la temperatura del área, con el fin de garantizar una madurez adecuada, una calidad del producto y la tipicidad de este, así mismo la capacidad de poder soportar las variaciones inherentes del clima. La predicción de la evolución de las etapas fenológicas de la vid es de suma importancia para la gestión de la vid y las decisiones que esto conlleva (Cabré et al. 2016).

4. Métodos estadísticos:

En esta sección se introducirán aspectos metodológicos básicos. Para ello se comenzará por algunas definiciones generales y luego se explicará de forma más detallada algunos modelos y se termina por el modelo que se utilizará en este trabajo de fin de máster.

4.1. Series temporales

El estudio de series temporales, o series cronológicas, corresponde a un análisis estadístico de observación regular de forma secuencial de datos espaciados en el tiempo. Se ha utilizado en diferentes campos como: en astronomía, meteorología, teoría de señales, biología, economía, etc. Estos datos pueden tener periodicidad diaria, semanal, mensual, anual, etc., como lo indica Peña (2005). Estos periodos de tiempo dependerán del tipo de dato y el periodo utilizado. Las series temporales se pueden definir como un caso particular de los procesos estocásticos, ya que un proceso estocástico puede verse como un conjunto de variables aleatorias referidas a una característica observable en diferentes instantes de tiempo.

El análisis de series temporales explica el hecho de que los puntos de datos tomados a lo largo del tiempo pueden tener una estructura interna como la autocorrelación, la tendencia o la variación estacional. El tiempo es una variable explicativa (o dependiente) esencial. Wilks (2005) indica que las observaciones atmosféricas separadas por tiempo relativamente cortos tienden a ser similares o correlacionadas. El análisis y la caracterización de estas correlaciones temporales, o relaciones a través del tiempo, se consideran útiles para comprender los procesos atmosféricos.

Uno de los motivos para estudiar las series temporales es realizar predicciones sobre la evolución de la serie. La geoestadística contemporánea definida por Hengl (2009), considera una rama de la estadística que se especializa en el análisis y la interpretación de cualquier dato referenciado espacial (y temporalmente), pero con un enfoque en características inherentes continuas (campos espaciales). Gneiting et al. (2007) completan la definición anterior, indicando que los enfoques geoestadísticos para modelar datos espacio-temporales se basan en modelos de covarianza paramétrica y supuestos bastante estrictos como la estacionariedad, separabilidad y simetría total.

En la definición realizada por Gaetan & Guyon (2008), con respecto al enfoque geoestadístico, S es un subconjunto continuo de \mathbb{R}^d para el cual se busca modelar un campo aleatorio X de segundo orden por su función de covarianza o por su variograma. Por ejemplo, para $d = 2$, $s = (x, y) \in S$ se identifica por sus coordenadas geográficas, y si $d = 3$, sumamos la altitud (o profundidad) z . Una evolución espacio-temporal en el espacio también puede modelarse mediante "lugares" espacio-temporales $(s, t) \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^+$, donde tenemos s ubicado en el espacio y t en el tiempo. La geoestadística fue desarrollada originalmente para pronosticar reservas minerales en un área de exploración $S \in \mathbb{R}^3$, la geoestadística ahora se utiliza en diferentes disciplinas: las ciencias de la tierra y la prospección minera, en medioambiente, en epidemiología, en agronomía, en la planificación de experimentos digitales, etc. Uno de los objetivos centrales de la geoestadística es construir mapas de predicción de X haciendo kriging sobre cualquier S a partir de un número finito de observaciones.

4.2. Estadística espacial:

Según Giraldo, 2002 , la estadística espacial es la reunión de un conjunto de metodologías apropiadas para el análisis de datos que corresponden a la medición de variables aleatorias en

diversos sitios (puntos del espacio o agregaciones espaciales) de una región. La estadística espacial se divide en tres grandes áreas: la geoestadística, los lattices y los patrones espaciales. La pertinencia de cada una de estas áreas es asociada a las características del conjunto D de un proceso estocástico $\{Z_s : s \in D\}$, en el que $s \in \mathbb{R}^d$ representa una ubicación en el espacio euclidiano d -dimensional. Z_s es una variable aleatoria en la ubicación s y s varía sobre un conjunto de índices $D \subset \mathbb{R}^d$.

En la geoestadística, las ubicaciones s provienen de un conjunto D *continuo* y son seleccionadas a juicio del investigador (D fijo). En los lattices (enmallados) las ubicaciones s pertenecen a un conjunto D *discreto* y son seleccionadas por el investigador (D fijo); estas pueden estar regular o irregularmente espaciadas. En los patrones espaciales sus ubicaciones pertenecen a un conjunto D que puede ser *discreto o continuo* y su selección no depende del investigador (D aleatorio).

4.3. Datos espacio-temporales:

Perpiñán Lamigueiro (2018) indica que los datos espaciales (también conocidos como datos geoespaciales) se refieren directa o indirectamente a una ubicación en la superficie de la Tierra. Su referencia espacial está compuesta por valores de coordenadas y un sistema de referencia para estas coordenadas. Como lo indica Giraldo (2002), las mediciones de las características de interés en un estudio regionalizado tienen, implícitamente asociadas, las coordenadas de los sitios en donde fueron tomadas. Esto quiere decir, que para cada n sitios muestreados con coordenadas habrá un valor p de las variables medidas en cada uno de ellos, teniendo en cuenta a su vez el referencial temporal lo que permitirá la creación de series espacio-temporales. La variación espacial y temporal, en el caso de las temperatura se rige por los procesos físicos, como, por ejemplo, la temperatura de la superficie terrestre en algún "lugar" en el espacio y el tiempo $(s_0, t_0 | s \in \mathbb{S}, t \in \mathbb{T})$ es una función de la radiación solar entrante, el factor de enfriamiento por el viento, los efectos costeros, la inversión térmica y otros efectos (Hengl et al. 2012).

4.4. Variable regionalizada:

Una variable medida en el espacio de forma que presente una estructura de correlación, se dice que es una variable regionalizada. De manera más formal, se puede definir como un proceso estocástico con dominio contenido en un espacio euclidiano d -dimensional \mathbb{R}^d , $\{Z(x) : x \in D \subset \mathbb{R}^d\}$. Si $d = 2$, $Z(x)$ puede asociarse a una variable medida en un punto x del plano. En términos prácticos $Z(x)$ puede verse como una medición de una variable aleatoria.

Recuérdese que, un proceso estocástico es una colección de variables aleatorias indexadas, esto es, para cada x en el conjunto de índices D , $Z(x)$ es una variable aleatoria. En el caso de que las mediciones sean hechas en una superficie, entonces $Z(x)$ puede interpretarse como la variable aleatoria asociada a ese punto del plano (x representa las coordenadas, planas o geográficas, y Z la variable en cada una de ellas). Estas variables aleatorias pueden representar la magnitud de una variable ambiental medida en un conjunto de coordenadas de la región de estudio.

4.4.1. Momentos de una variable regionalizada:

Sea $\{Z(x) : x \in D \subset \mathbb{R}^d\}$ el proceso estocástico que define la variable regionalizada. Para cualesquiera n puntos x_1, x_2, \dots, x_n , la distribución de probabilidad del vector aleatorio $\vec{Z}(x) = [Z(x_1), Z(x_2), \dots, Z(x_n)]^T$ está definido por su función de distribución conjunta:

$$F[z_1, z_1, \dots, z_n] = P[Z(x_1) \leq z_1, Z(x_2) \leq z_2, \dots, Z(x_n) \leq z_n]$$

Conocidas las distribuciones marginales univariadas y bivariadas se pueden establecer los siguientes valores esperados (momentos univariados y bivariados):

- $E(Z(x_i)) = m(x_i)$: La esperanza o momento de primer orden.
- $V(Z(x_i)) = E[(Z(x_i)) - m(x_i)]^2 = \sigma_i^2$: La varianza.
- $C(Z(x_i), Z(x_j)) = E[(Z(x_i)) - m(x_i)][Z(x_j) - m(x_j)]$: La covarianza de dos variables aleatorias o también conocida como la función de autocovarianza.
- $\gamma(Z(x_i), Z(x_j)) = \frac{1}{2}E[(Z(x_i)) - Z(x_j)]^2$: El semivariograma o también conocido como la función de semivarianza.

Cabe remarcar que tanto la varianza como el variograma son siempre positivos, mientras que la covarianza puede tomar valores negativos.

4.5. Estacionariedad:

La estacionariedad puede ser definida como una idea que los valores pasados y futuros de una serie de tiempo serán estadísticamente similares, lo que implica que las propiedades de la serie no varían con respecto al tiempo (Wilks, 2005). La variable regionalizada es estacionaria si su función de distribución conjunta es invariante respecto a cualquier translación de vector h , o lo que es lo mismo, la función de distribución del vector aleatorio $\vec{Z}(x) = [Z(x_1), Z(x_2), \dots, Z(x_n)]^T$ es idéntica a la del vector $\vec{Z}(x) = [Z(x_1 + h), Z(x_2 + h), \dots, Z(x_n + h)]^T$ para cualquier h .

La teoría geoestadística se basa en los momentos arriba descritos y la hipótesis de estacionariedad puede definirse en términos de estos:

4.5.1. Estacionariedad de Segundo Orden

Sea $\{Z(x) : x \in D \subset \mathbb{R}^d\}$ una variable regionalizada definida en un dominio D contenido en \mathbb{R}^d (generalmente una variable medida en la superficie de una región). Se dice que $Z(x)$ es estacionario de segundo orden si cumple:

- $E[Z(x)] = m, k \in \mathbb{R}, \forall x \in D \subset \mathbb{R}^d$
El valor esperado de la variable aleatoria es finito y constante para todo punto en el dominio.
- $COV[(Z(x), Z(x + h))] = C(h) < \infty$
Para toda pareja $\{(Z(x), Z(x + h))\}$ la covarianza existe y es función única del vector de separación h .

La existencia de la covarianza implica que la varianza existe, es finita y no depende de h , es decir:

$$V(Z(x_i)) = C(0) = \sigma^2, \forall x \in D,$$

donde $C(0)$ recibe el nombre de varianza a priori del proceso.

Así mismo la estacionariedad de segundo orden implica la siguiente relación entre la función de semivarianza y la de autocovarianza:

$$\gamma(Z(x + h), Z(x)) = \gamma(h) = \frac{1}{2}E[Z(x + h) - m - Z(x) + m]^2$$

4.5.2. Estacionariedad débil o intrínseca

Existen algunos fenómenos físicos reales en los que la varianza no es finita. En estos casos se trabaja sólo con la hipótesis que pide que los incrementos $[Z(x + h) - Z(x)]$ sean estacionarios:

- a. $Z(x)$ tiene esperanza finita y constante para todo punto en el dominio. Lo que implica que la esperanza de los incrementos es cero:

$$E[Z(x + h) - Z(x)] = 0$$

- b. Para cualquier vector h , la varianza del incremento está definida y es una función única de la distancia:

$$V[Z(x + h) - Z(x)] = E[Z(x + h) - Z(x)]^2 = 2\gamma(h)$$

Es claro que si una variable regionalizada es estacionaria fuerte entonces también será estacionaria débil. La función $2\gamma(\cdot)$ recibe el nombre de variograma, mientras que $\gamma(\cdot)$ se conoce como semivariograma. Sherman (2011) indica algunas razones por las cuales se prefiere la estacionariedad débil o intrínseca (*Intrinsic Stationarity IS*) a la estacionariedad de segundo orden (*Second-Order Stationarity SOS*), estas son:

- i. La estacionariedad débil o intrínseca es más general que la estacionariedad de segundo orden.
- ii. El variograma se adapta de forma más fácil a las observaciones no estacionarias.
- iii. La estimación del variograma es más fácil que la estimación de la función de covarianza.

4.6. Modelos estadísticos de series temporales:

Los objetivos que persiguen los modelos estadísticos espacio-temporales, como lo explican Wikle, et al. (2019), son:

- Predicción en espacio y tiempo (filtrado y suavizamiento).
- Inferencia sobre los parámetros.
- Predicción en el tiempo.

También indican que algunos objetivos específicos podrían incluir: comparación de los datos, simulación de modelos y el diseño de redes de monitoreo espacio-temporal. La modelación espacio-temporal se puede abordar de dos enfoques diferentes que conducen a los objetivos señalados con anterioridad. Estas son la "descriptiva" y "la dinámica", en donde el enfoque descriptivo busca caracterizar el proceso espacio-temporal en función de la media y la covarianza. El enfoque dinámico, se refiere a los modelos estadísticos para un proceso espacial a través del tiempo. Ambos enfoques logran capturar las dependencias estadísticas tanto espaciales como temporales del fenómeno de una manera entre sí diferente.

En la práctica, en la modelización, el investigador tiene que tomar la decisión con respecto al modelo espacio-temporal que mejor se ajusta a sus datos. Gneiting, et al. (2007), indican que los enfoques geoestadísticos modelan las observaciones como una realización parcial de una función aleatoria espacio-temporal, típicamente gaussiana:

$$Z(s, t), (s, t) \in \mathbb{R}^d \times \mathbb{R},$$

en donde $s \in \mathbb{R}^d$ representa una ubicación en el espacio euclidiano dimensional y $t \in \mathbb{R}$ representa el tiempo. Se asume que los momentos de segundo orden para la función aleatoria

existen y son infinitos. La predicción óptima de mínimos cuadrados, o kriging, se basa entonces en la especificación apropiada de la estructura de la covarianza espacio-temporal. Generalmente la covarianza entre $Z(s_1, t_1)$ y $Z(s_2, t_2)$ depende de las coordenadas espacio-temporales (s_1, t_1) y (s_2, t_2) y es posible que no exista ninguna estructura adicional. Aunque en la práctica, la estimación y el modelado requieren la simplificación de supuestos, como la estacionariedad, la separabilidad y la simetría total. A continuación, se presentan algunas definiciones dadas por Gneiting, et al. (2007):

Se dice que la función aleatoria Z tiene covarianza *separable* si existen funciones de covarianza puramente espacial cov_S y puramente temporal cov_T de manera que:

$$\text{COV}\{Z(s_1, t_1), Z(s_2, t_2)\} = \text{cov}_S(s_1, s_2) \cdot \text{cov}_T(t_1, t_2), \quad (1)$$

para cualquier par de coordenadas (s_1, t_1) y (s_2, t_2) en $\mathbb{R}^d \times \mathbb{R}$. Si la descomposición no es posible, se dice que la función de covarianza *no es separable*. Un proceso espacio-temporal $Z(s, t)$ tiene función de covarianza completamente simétrica si:

$$\text{COV}\{Z(s_1, t_1), Z(s_2, t_2)\} = \text{COV}\{Z(s_1, t_2), Z(s_2, t_1)\}, \quad (2)$$

para cualquier par de coordenadas (s_1, t_1) y (s_2, t_2) en $\mathbb{R}^d \times \mathbb{R}$. La función de covarianza de una función aleatoria espacio-temporal es *espacialmente estacionaria* si

$$\text{COV}\{Z(s_1, t_1), Z(s_2, t_2)\}, \quad (3)$$

depende de los sitios de observación s_1 y s_2 a través del vector de separación espacial $s_1 - s_2$. Tiene covarianza *temporalmente estacionaria* si $\text{COV}\{Z(s_1, t_1), Z(s_2, t_2)\}$ depende de los tiempos de observación t_1 y t_2 solo a través del desfase temporal $t_1 - t_2$. Si un proceso espacio temporal tiene una covarianza tanto espacial como temporalmente estacionaria, decimos que el proceso tiene covarianza *estacionaria*. Bajo esta suposición, existe una función C definida en $\mathbb{R}^d \times \mathbb{R}$ tal que:

$$\text{COV}\{Z(s_1, t_1), Z(s_2, t_2)\} = C(s_1 - s_2, t_1 - t_2), \quad (4)$$

para cualquier (s_1, t_1) y (s_2, t_2) en $\mathbb{R}^d \times \mathbb{R}$. Se llamara C a la función de covarianza espacio-tiempo del proceso, y sus restricciones $C(\cdot, 0)$ y $C(0, \cdot)$ son funciones de covarianza puramente espacial y puramente temporal, respectivamente.

Un modelo estadístico realista tendrá en cuenta la existencia de una distinción entre las dimensiones espaciales y temporal.

Utilizando las definiciones dadas por Melo Martínez (2012), donde un proceso espacio-temporal $Z(s, t)$ tiene función de covarianza con *soporte compacto*, si para cualquier par de coordenadas $((s_1, t_1), (s_2, t_2)) \in \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}$, la covarianza $C((s_1, t_1), (s_2, t_2))$ tiende a cero cuando la distancia espacial y temporal es suficientemente grande.

Un proceso espacio-temporal estacionario $Z(s, t)$ tiene función de covarianza espacialmente isotrópica si:

$$\text{COV}(h, u) = C(\|h\|, u), \quad \forall (s, t) \in \mathbb{R}^d \times \mathbb{R} \quad (5)$$

Un proceso espacio-temporal estacionario tiene función de covarianza temporalmente isotrópica (o simétrica) si:

$$\text{COV}(h, u) = C(h, |u|), \quad \forall (s, t) \in \mathbb{R}^d \times \mathbb{R} \quad (6)$$

Se puede observar que, si la función de covarianza de un proceso estacionario es espacial y temporalmente isotrópica, entonces es completamente simétrica.

En el gráfico 3, adaptado de Gneiting, et al. (2007), se muestra la relación que existe entre las covarianzas separables, completamente simétricas, estacionarias y de soporte compacto, dentro del conjunto general de funciones de covarianza espacio-temporales (estacionarias o no estacionarias):

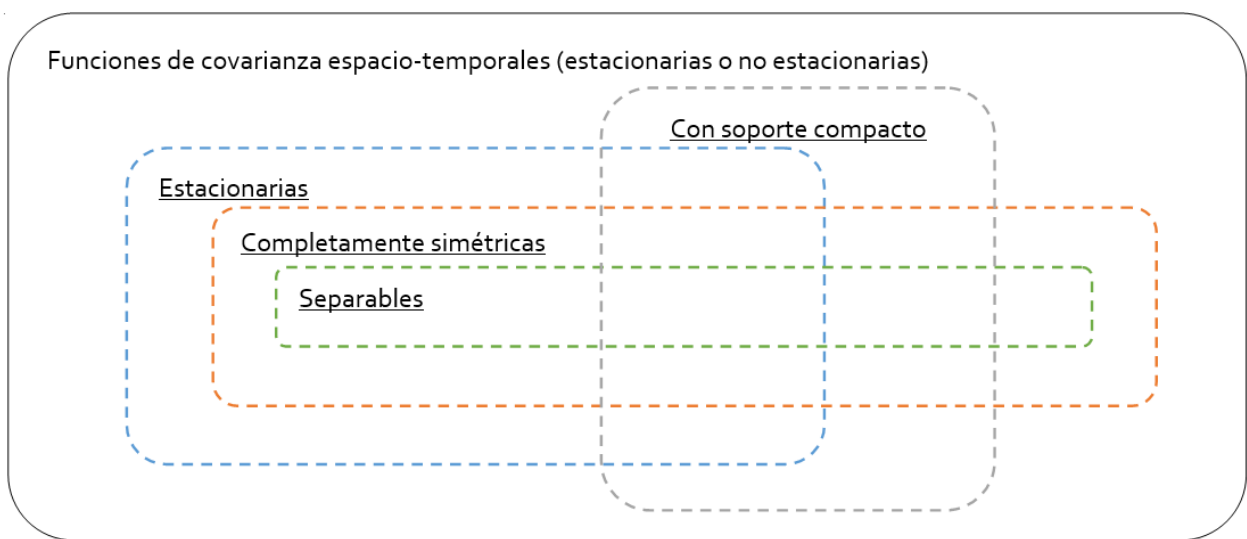


Gráfico 3. Adaptado de Gneiting, et al. (2007).

Como se observa en el gráfico anterior, la función de *covarianza separable* puede ser *estacionaria* o *no estacionaria*, lo mismo sucede con la función de *covarianza completamente simétrica*. También se tiene que la varianza que no es *completamente simétrica* no es *separable*.

En los procesos espaciales, en ocasiones se modeliza la estructura de segundo orden de un proceso espacio-temporales, utilizando variogramas en función de covarianza. Por lo tanto, se define el variograma espacio-temporal como la función:

$$2\gamma((s_i, t_i), (s_j, t_j)) = \text{VAR}(Z(s_i, t_i), Z(s_j, t_j)), \quad i, j = 1, \dots, n \quad (7)$$

Como se indicó antes, la mitad de esta cantidad se llama semivariograma. En el caso que el proceso tenga media constante, se define entonces:

$$2\gamma((s_i, t_i), (s_j, t_j)) = E[Z(s_i, t_i) - Z(s_j, t_j)]^2 \quad (8)$$

La función de covarianza y del variograma se relacionarán mediante la siguiente expresión:

$$2\gamma((s_i, t_i), (s_j, t_j)) = \text{VAR}(Z(s_i, t_i)) + \text{VAR}(Z(s_j, t_j)) - 2C(Z(s_i, t_i), Z(s_j, t_j))$$

$$= 2C(0,0) - 2C(s_i - s_j, t_i - t_j)$$

Por lo que el proceso $Z(s, t)$ sería intrínsecamente estacionario con semivariograma:

$$\gamma(h, u) = C(0,0) - C(h, u) \quad (9)$$

La función de correlación de un proceso estacionario de segundo orden $Z(s, t)$ con varianza $\sigma^2 = C(0,0) > 0$ se define como:

$$\rho(h, u) = \frac{C(h, u)}{C(0,0)}$$

Si $\rho(h, u)$ es una función de correlación sobre $\mathbb{R}^d \times \mathbb{R}$ entonces sus marginales $\rho(0, u)$ y $\rho(h, 0)$ serán, respectivamente, funciones de correlación espacial sobre \mathbb{R}^d y temporal sobre \mathbb{R} . Una condición necesaria y suficiente para que una función $C((s_i, t_i), (s_j, t_j))$, de valores reales definida sobre $\mathbb{R}^d \times \mathbb{R}$, sea una función de covarianza es que sea simétrica y definida positiva, esto es:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \varphi_i \varphi_j C((s_i, t_i), (s_j, t_j)) \geq 0,$$

para cualquier $n \in \mathbb{N}$, y para cualquier $(s_i, t_i) \in \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}$ y $\varphi_i \in \mathbb{R}, i = 1, \dots, n$. De forma análoga, una condición necesaria y suficiente para que una función de valores reales $\gamma((s_i, t_i), (s_j, t_j))$ no negativa definida sobre $\mathbb{R}^d \times \mathbb{R}$ sea un semivariograma es que sea una función simétrica $\gamma((s_i, t_i), (s_j, t_j)) = \gamma((s_j, t_j), (s_i, t_i))$ y que sea condicionalmente definida negativa, esto es:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \varphi_i \varphi_j \gamma((s_i, t_i), (s_j, t_j)) \leq 0,$$

para cualquier $n \in \mathbb{N}$, y cualquier $(s_i, t_i) \in \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}$ y $\varphi_i \in \mathbb{R}, i = 1, \dots, n$ con $\sum_{i=1}^n \varphi_i = 0$.

4.6.1. Estimación del variograma y del covariograma:

En este apartado se aborda la estimación empírica de la función de covarianza y del variograma de un proceso espacio-temporal. Sea $Z(., .)$ un proceso intrínsecamente estacionario observado sobre un conjunto de n localizaciones espacio-temporales $\{(s_1, t_1), \dots, (s_n, t_n)\}$. Se puede obtener una estimación de su variograma $2\hat{\gamma}(., .)$ o de su función de covarianza $\hat{C}(., .)$, si el proceso es además estacionario de segundo orden, a partir de los valores observados, utilizando un estimador clásico.

El estimador clásico, obtenido aplicando el método de los momentos para el variograma del proceso, está dado por:

$$2\hat{\gamma} = \frac{1}{|N(h, u)|} \sum_{N(h, u)} (Z(s_i, t_i) - Z(s_j, t_j)), \quad (10)$$

en donde $N(h, u) = \{(s_i, t_i), (s_j, t_j) : s_i - s_j \in T(h), t_i - t_j \in T(u)\}$, siendo $T(h)$ una región de

tolerancia en \mathbb{R}^d alrededor de h y $T(u)$ una región de tolerancia en \mathbb{R} alrededor de u , y $|N(h, u)|$ el número de elementos distintos en, $N(h, u)$.

Para la covarianza, el estimador obtenido por el método de los momentos sería:

$$\hat{C}(h, u) = |N(h, u)| \sum_{N(h, u)} (Z(s_i, t_i) \hat{Z}) (Z(s_j, t_j) - \hat{Z}), \quad (11)$$

donde $\hat{Z} = 1/n \sum_{i=1}^n Z(s_j, t_j)$ es un estimador de la media del proceso. Con el fin de atenuar la robustez frente a valores extremos de $Z(s)$ del método de estimación clásico anterior, se puede definir otro estimador del variograma para evitar este problema. Por lo que se define la siguiente formulación:

$$2\hat{\gamma}(h, u) = \left(\frac{1}{|N(h, u)|} \sum_{N(h, u)} |Z(s_i, t_i) - Z(s_j, t_j)|^2 \right)^4 \left(0.457 + \frac{0.494}{|N(h, u)|} \right)^{-1}$$

En la práctica se selecciona un modelo paramétrico o no paramétrico de función de covarianza o de variogramas que den lugar a modelos válidos. Los métodos estadísticos para los procesos estacionarios de segundo orden se pueden traducir en términos de la covarianza o en términos del variograma, la primera opción es la preferida por los estadísticos y la segunda por los geoestadísticos. Es necesario tener en cuenta que una ventaja del variograma es que su estimación no requiere la estimación previa de la media, a diferencia de la estimación de la covarianza (Gaetan & Guyon, 2008).

4.6.2. Ejemplos de covarianzas y semivariogramas:

Se presentan algunos ejemplos detallados en Gaetan & Guyon (2008), de variogramas isotrópicos en \mathbb{R}^d utilizados en geoestadística. Los primeros cinco variogramas son asociados a una covarianza estacionaria $C(h) = C(0) - \gamma(h)$, acotadas, con un rango $a > 0$ y con un nivel σ^2 . Recordemos que $\|\cdot\|$ es la norma euclidiana en \mathbb{R}^d .

Efecto pepita:

$$\gamma(h; \sigma^2) = \sigma^2 \text{ si } h > 0$$

$\gamma(0) = 0$, asociado a un ruido blanco en sentido débil

Exponencial:

$$\gamma(h; a, \sigma^2) = \sigma^2 \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\|h\|}{a}\right) \right\}$$

$a > 0$

Esférico: ($d \leq 3$):

$$\gamma(h; a, \sigma^2) = \begin{cases} \sigma^2 \{1.5 \|h\|/a - 0.5(\|h\|/a)^3\} & \text{si } \|h\| \leq a \\ \sigma^2 & \text{si } \|h\| > a \end{cases}$$

Exponencial generalizado, gaussiano:

$$\gamma(h; a, \sigma^2, \alpha) = \sigma^2 \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\|h\|}{a}\right)^\alpha \right\}$$

$0 < \alpha \leq 2$; $\alpha = 2$ es el modelo gaussiano

Matérn:

$$\gamma(h; a, \sigma^2, \nu) = \sigma^2 \left\{ 1 - \frac{2^{1-\nu}}{\Gamma(\nu)} (\|h\|/a)^\nu K_\nu(\|h\|/a) \right\}$$

donde $K_\nu(\cdot)$ es la función de Bessel modificada.

Potencial:

$$\gamma(h; b, c) = b \|h\|^c, 0 < c \leq 2$$

Algunos comentarios:

1. El interés de la covarianza de Matérn reside en su parámetro ν que controla la regularidad del variograma en 0, regularidad que controla ella misma la regularidad de la media cuadrática de X , campo estacionario de segundo orden, y de su predicción \hat{X} por kriging. Más grande es ν , más regular es γ en 0 y más regular es X . El valor de $\nu = 0.5$ da un variograma exponencial, continuo no derivable en 0. $\nu = \infty$ corresponde a un variograma gaussiano.
2. El modelo del variograma potencial es autosimilar, lo que quiere decir que es invariante en cambio de escala: $\forall s > 0, \gamma(sh) = s^\alpha \gamma(h)$. Es asociado a un fenómeno espacial sin escala y es el único, dentro de los modelos presentados, a tener esta propiedad.
3. El modelo exponencial generalizado coincide con el modelo exponencial para $\alpha = 1$ y con el modelo gaussiano para $\alpha = 2$. La regularidad del variograma en 0 aumenta con α , pero el campo asociado no es derivable en media cuadrática que para $\alpha = 2$.
4. Cada uno de los modelos anteriores se puede ampliar mediante combinación lineal positiva (o integración mediante una medida positiva), en particular añadiendo un variograma con efecto pepita a cualquier variograma.

4.7. Modelos de predicción autorregresivos:

Los modelos de predicción de series de tiempo difieren de los modelos de predicción clásica, ya que estos permiten de utilizar el historial de la serie para estimar los valores futuros utilizando los retardos. En otras palabras, para hacer predicciones en el tiempo t , asumimos que solo conocemos los valores pasados ($t - 1, \dots$). Los primeros modelos desarrollados en series de tiempo para la predicción son modelos univariados basados en el principio de autorregresión. En estos modelos las observaciones pasadas se utilizan para hacer predicciones (Hmamouche, 2018). Los modelos más populares de este tipo son: AR (Auto-Regressive), ARMA (Auto-Regressive Moving Average) y ARIMA (Auto-Regressive Integrated Moving Average). A pesar de sus sólidos fundamentos matemáticos, los modelos univariados tienen ciertos inconvenientes; no tienen en cuenta datos potencialmente procesables de otras series de tiempo en el mismo conjunto de datos.

Es por esto que se desarrollaron modelos de predicción multivariante, que integran múltiples series en sus análisis. Por ejemplo, la versión extendida del modelo AR es el modelo Autoregressive Vector (VAR), y el modelo de VAR co-integrado es el Modelo Vector Error Correction Models (VECM). Se presenta a continuación una breve descripción de los principales

modelos que se utilizan para la predicción de series temporales según la descripción dada por Hmamouche (2018).

4.7.1. Modelos univariados:

Los modelos univariados permiten predecir los valores futuros de una sola serie temporal, observando los últimos valores de la serie:

Modelo AR (Auto-Regressive): la mayoría de los modelos actuales se inspiran en el principio de autorregresión, en particular el modelo AR(p). Este modelo considera una serie de tiempo estacionaria como una función lineal de los p valores previos. La ecuación del modelo es la siguiente:

$$Y(t) = \alpha_0 + \alpha_1 Y(t - 1) + \dots + \alpha_p Y(t - p) + U(t),$$

donde p es el orden del modelo, $\alpha_0 \dots \alpha_p$ son los parámetros del modelo, y $U(t)$ es un proceso de ruido blanco con varianza σ^2 ; esta variable representa la información que se añade al proceso en cada instante, se conoce como innovaciones (Peña, 2005).

Modelo MA (Moving Average): tiene la misma estructura que el modelo AR, es un modelo autorregresivo donde los regresores son retardos del termino de error, en lugar de los valores anteriores de la serie. La ecuación del modelo MA(q) es la siguiente:

$$Y(t) = \theta_0 + \theta_1 U(t - 1) + \dots + \theta_p U(t - q) + U(t)$$

Estos procesos MA son función de un numero finito, y generalmente pequeño, de las innovaciones pasadas (Peña, 2005).

Modelo ARMA (Auto-Regressive Moving Average): combina los dos modelos anteriormente descritos, el AR(p) y el MA(q), es decir, considera a la vez retardos del termino error y valores previos de la serie; la ecuación del modelo ARMA es la siguiente:

$$Y(t) = y_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i Y(t - i) + \sum_{i=1}^q \theta_i U(t - i) + U(t),$$

en donde $y_0, \alpha_0 \dots \alpha_p, \theta_0 \dots \theta_q$ son los parámetros del modelo. La combinación de los modelos AR y MA dan lugar a una familia muy amplia y flexible de procesos estocásticos estacionarios útiles para representar muchas series temporales (Peña, 2005).

Modelo ARIMA (Auto-Regressive Integrated Moving Average): para la series temporales no estacionarias, el modelo ARIMA (p, d, q) es el más adecuado. Este consiste a aplicar el modelo ARMA(p, q) por diferenciación de orden d , lo que quiere decir, calculado d veces las diferencias entre las observaciones consecutivas.

4.7.2. Modelos multivariados:

El interés de utilizar los modelos multivariados consiste en predecir una serie temporal utilizando otros datos para mejorar la calidad de las predicciones con respecto a los modelos univariados. Por tanto, se pretende explotar otras fuentes de información, siguiendo la misma lógica de los modelos univariados. La hipótesis principal de estos modelos es que los valores futuros de una serie dependen no sólo de sus valores anteriores, sino también de otras series.

El modelo VAR (Vector Auto-Regressive) es una extensión del modelo AR para las series temporales multivariadas. Consideremos una serie temporal $Y = \{Y_1, \dots, Y_k\}$, de dimensión k con n observaciones. El modelo VAR(p) expresa cada componente de Y como una función lineal de sus p valores anteriores y de los retardos de las otras variables:

$$Y(t) = A_0 + \sum_{i=1}^p A_i Y(t-i) + U(t),$$

donde U es el vector de errores que siguen procesos de ruido blanco, A_0 es un vector constante de tamaño k y A_1, \dots, A_p son las matrices de los parámetros del modelo de tamaño $(k \times k)$. Si todas las variables son estacionarias, entonces el modelo VAR es estacionario, ya que la combinación lineal de un conjunto de variables estacionarias es estacionaria. Lo contrario no siempre es cierto, es decir, una combinación lineal de variables no estacionarias sea estacionaria. Este fenómeno se denomina cointegración (Johansen, 1991) y refleja la existencia de dependencias a largo plazo entre series.

En el caso de que el modelo VAR no sea estacionario, el modelo VECM (Vector Error Correction) es más apropiado. El modelo VECM, también llamado modelo VAR con cointegración, introducido por Johansen (1991), tiene en cuenta la no estacionariedad de las variables. Por otro lado, su principal peculiaridad es que integra las relaciones de cointegración (relaciones a largo plazo entre variables). Consideremos una serie temporal multivariante Y de orden de estacionariedad 1 , es decir, todas las variables están en máximos no estacionarios de orden 1 (en otras palabras, hay al menos una variable no estacionaria de orden 1). El modelo VECM se puede escribir de la manera siguiente:

$$\Delta Y(t) = \Pi Y(t-1) + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta Y(t-i) + U(t),$$

donde Π es la matriz de cointegración (que puede ser generada por el modelo VAR), Γ_i son los coeficientes del modelo. Si $\text{rk}\Pi = 0$, entonces no hay relación de cointegración entre las variables, incluso si no siguen procesos estacionarios. En este caso, el VECM se reduce a un modelo VAR en las variables diferenciadas.

5. Aplicación

En esta sección, se presentará inicialmente una descripción general de los datos utilizados en este trabajo de fin de máster, descripción y localización de la zona de estudio. En un segundo tiempo, se procede a un análisis exploratorio de los datos. Se termina con una aplicación de la metodología seleccionada para el análisis de las series espacio-temporales.

5.1. Presentación de los datos:

Los datos utilizados fueron facilitados por la Profesora PhD María Mercedes Fourment Reissig de la Universidad de la República, Uruguay. Estos datos fueron obtenidos durante la realización del proyecto *Evaluación del meso-clima en viticultura para la adaptación de medidas de manejo sustentables en la zona este del país*. Este proyecto fue llevado a cabo por la Universidad de la República y la Comisión Sectorial de Investigación Científica de Uruguay. El objetivo inicial de utilizar estos datos es realizar un análisis de la variabilidad espacial de las temperaturas a partir de sensores térmicos, en una región vitivinícola emergente de Uruguay, y la segunda fase es ver los efectos locales en la zona de estudio con el fin de adaptar las medidas de manejo sustentables y diferenciadoras de vino.

5.2. Zona de estudio

La zona seleccionada en el proyecto científico se encuentra en el departamento de Maldonado en Pueblo Garzón al sur-este del país a unos 70km de la ciudad de Maldonado. Esta localidad representa en 65% de la superficie y 68% total producido en el departamento, convirtiéndolo hoy día en una referencia tanto por la superficie explotada como por la calidad de sus vinos. En el gráfico 4 podemos ver la localización de la zona de estudio^{4,5}:

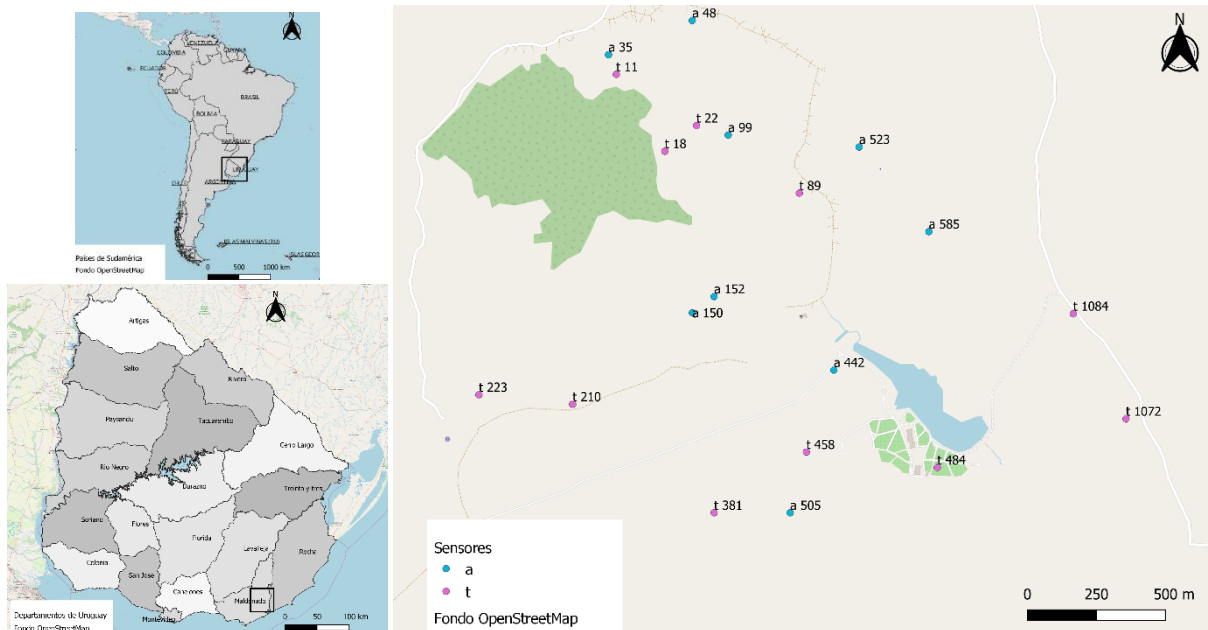


Gráfico 4. Localización de la zona de estudio.

⁴ Los límites de Sudamérica fueron descargados de la página <https://tapiquen-sig.jimdofree.com>.

⁵ Los límites departamentales de Uruguay fueron descargados de la página <https://catalogodatos.gub.uy>.

Esta región del país en pleno desarrollo busca determinar la influencia de los efectos locales que pueden ocurrir en una escala de tiempo y espacio. Para ello, se implantó una red de 20 sensores de temperatura tipo TinyTag de la compañía Gemini Data Loggers Ltd (anexo 1 coordenadas de los sensores). Estos fueron instalados a finales del año 2018, con el fin de analizar la estructura espacial de las temperaturas en esta área. Los sensores poseen una precisión de 0.4°C y pueden registrar temperaturas de -40°C hasta 125°C. Los sensores utilizados en este proyecto han sido programados para registrar la temperatura interna del dosel⁶ cada 15 minutos. Diferentes campañas fueron necesarias para obtener los datos. Los sensores fueron instalados en las espalderas de los viñedos, para medir lo más cerca posible la temperatura de las vides, y por encima de la superficie del suelo a 1.2m, esto para reducir los errores de medición debido a la vegetación ubicada cerca de los sensores. La observación de las temperaturas se llevó a cabo en dos tipos de variedades, una tinta (Tannat 65 ha) y una blanca (Albariño 34.4 ha). El total de parcelas estudiadas es de 24 parcelas. Estas, se encuentran a una distancia de entre 18 y 25 kilómetros del Océano Atlántico, como se puede percibir en el gráfico 4 y con una altura promedio de 105m.s.n.m (metros sobre el nivel del mar). Es necesario remarcar que, a esta escala, sería importante tener en cuenta la topografía (exposición, pendiente, elevación), la latitud y la longitud y también los parámetros locales, como los ríos y las zonas urbanas, que pueden influir potencialmente en la distribución espacial de la temperatura.

Se utilizarán los registros de los sensores que contienen un total de 100% de la información recolectada durante el periodo de maduración de la uva (enero-marzo para el hemisferio sur). Los otros datos serán descartados ya que no son de interés para los objetivos de este trabajo de fin de máster y/o presentaban algunos días sin registros.

5.3. Análisis exploratorio de los datos:

Los registros cuentan inicialmente con tres variables que son: la propiedad, la fecha/hora y la temperatura (en grados Celsius) al momento de recuperar los datos de cada sensor. Se agregó la variable "Estación" la cual permitirá de identificar el tipo de variedad, "a" para la variedad Albariño y "t" para la variedad Tannat, y el nombre del sensor (gráfico 4) al momento de fusionar todos los ficheros en uno solo. Los análisis, gráficos y salidas de los datos se llevarán a cabo en el software libre R⁷. En la tabla 1 se observa la fecha inicial y la hora en la que comenzaron los

Estacion	Propiedad	DATE	Temperature
a 150		1 27/11/2018 15:00	22.447
a 150		2 27/11/2018 15:15	22.333
a 150		3 27/11/2018 15:30	22.295
a 150		4 27/11/2018 15:45	21.816
a 150		5 27/11/2018 16:00	21.913
a 150		6 27/11/2018 16:15	21.259
a 150		7 27/11/2018 16:30	21.261
a 150		8 27/11/2018 16:45	21.123
a 150		9 27/11/2018 17:00	21.080

Tabla 1. Datos obtenidos por los sensores de temperatura.

⁶ Se refiere a la capa superior de un árbol.

⁷ R es un lenguaje y entorno para la computación y los gráficos estadísticos. www.r-project.org

registros de los datos para la estación a 150 (registros obtenidos cada 15 min).

Con el objetivo de llevar un análisis en el periodo de maduración de la uva, se realizará un filtrado de todos los datos, el cual corresponde a los primeros 75 días del año, aproximativamente, para esta localización en el hemisferio sur. En la tabla 2 se observa un ejemplo de un resumen estadístico para el 1 de enero del 2019, reagrupando los datos por estación y fecha. Se observan las variables de interés: **TN** (temperatura mínima), **TX** (temperatura máxima), se realizan igualmente algunos cálculos como: la **amplitud** (diferencia entre TX con TN), el **promedio** (Media), la **desviación estándar** y la **varianza** por día. Se utilizan las variables de verificación **Nb_missing_data** para verificar que no haya días sin datos y la variable **Nb_point** para verificar el total de datos obtenidos por día.

Estacion	Fecha	Mediana	Cuantilo25	Media	Quantileo75	TN	TX	Amplitud	Desv_Estandar	Varianza	nb_missing_data	nb_points
a 150	01/01/2019	26.288	18.009	24.629	29.238	15.080	31.299	16.219	5.324	28.350	0	96
a 152	01/01/2019	26.190	17.726	24.844	30.059	14.750	32.742	17.992	5.809	33.745	0	96
a 35	01/01/2019	25.906	17.813	24.748	29.575	15.267	32.405	17.138	5.508	30.335	0	96
a 442	01/01/2019	26.458	18.088	24.596	29.541	13.384	32.348	18.964	5.786	33.475	0	96
a 48	01/01/2019	25.858	17.906	24.473	29.552	15.547	31.806	16.259	5.322	28.326	0	96
a 505	01/01/2019	26.098	17.835	24.485	28.861	15.094	32.009	16.915	5.397	29.124	0	96
a 523	01/01/2019	26.173	17.903	24.816	29.806	15.016	32.905	17.889	5.571	31.032	0	96
a 585	01/01/2019	26.219	17.631	24.361	29.142	14.269	32.353	18.084	5.765	33.232	0	96
a 99	01/01/2019	26.172	18.014	24.454	28.919	15.127	31.635	16.508	5.393	29.082	0	96
t 1072	01/01/2019	26.249	17.845	24.672	29.274	14.872	33.218	18.346	5.772	33.322	0	96
t 1084	01/01/2019	26.070	17.625	24.439	28.726	15.196	31.864	16.668	5.473	29.954	0	96
t 11	01/01/2019	25.965	17.962	24.345	28.674	15.303	31.625	16.322	5.204	27.083	0	96
t 18	01/01/2019	26.065	17.823	24.479	29.245	13.887	31.700	17.813	5.494	30.189	0	96
t 210	01/01/2019	26.153	17.960	24.418	28.998	15.338	31.889	16.551	5.384	28.982	0	96
t 22	01/01/2019	26.081	18.072	24.553	29.105	15.358	31.838	16.480	5.346	28.576	0	96
t 223	01/01/2019	25.880	17.680	24.175	28.729	15.236	30.986	15.750	5.220	27.253	0	96
t 381	01/01/2019	26.206	17.750	24.389	28.977	15.042	31.570	16.528	5.365	28.784	0	96
t 458	01/01/2019	26.328	17.975	24.638	29.266	14.979	32.024	17.045	5.422	29.401	0	96
t 484	01/01/2019	26.379	17.554	24.696	29.776	14.000	33.341	19.341	6.113	37.372	0	96
t 89	01/01/2019	26.191	17.930	24.412	28.749	14.965	31.720	16.755	5.389	29.046	0	96

Tabla 2. Ejemplo de un resumen estadístico para el 01 de enero del 2019.

Se realizan otras verificaciones de orden visual, esto el objetivo de continuar con la exploración de los datos, y así mismo ver el comportamiento de estos. Aragon (2011) indica que la utilización de estos gráficos es muy pertinente para identificar un posible comportamiento estacional, anomalías en las series, aspectos sistemáticos, fenómenos que se deben de tratar por otros métodos...

En el gráfico 5 y 6 podemos observar el comportamiento que tienen las temperaturas para los días seleccionados. El gráfico 5, muestra que las temperaturas tienen claras oscilaciones 'estacionales' (de tipo diario como lo indica Peña 2005)), lo que implica una *no estacionariedad* en la media en la escala de medición (cada 15 min). Salvo ese efecto, la media SI es globalmente poco variable, y además las oscilaciones en torno a ella son bastante similares a lo largo del tiempo, lo que sí parece indicar estacionariedad una vez se elimine ese efecto de la variación estacional intra-diaria. La estructura espacial de las temperaturas es diferente de un día a otro, esto a causa del clima, de la circulación atmosférica, de las características morfológicas del terreno y las propiedades de la tierra. En cielos despejados, durante el día la radiación solar llega a las superficies y provoca mayores niveles de calentamiento, durante la noche se induce a un enfriamiento más fuerte debido a la mayor radiación de onda larga emitida por las superficies (Rességuier et al., 2020).

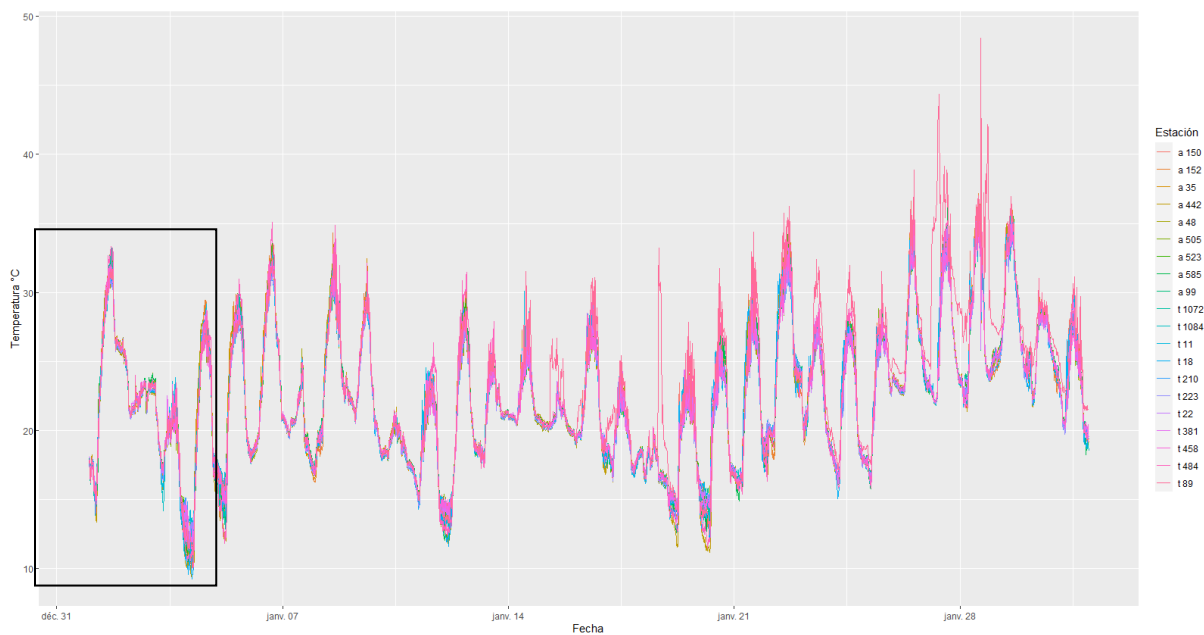


Gráfico 5. Temperaturas de todas las estaciones (enero del 2019).

En el gráfico 6, se visualiza una muestra de la serie, en donde se puede observar una diferencia con el día 02/01/2019. Teniendo en cuenta que la temperatura diaria puede diferir en gran medida entre días consecutivos, esta diferencia para este día se podría explicar por la presencia de lluvia (datos no disponibles), causando una disminución de las temperaturas para el día 03/01/2019.

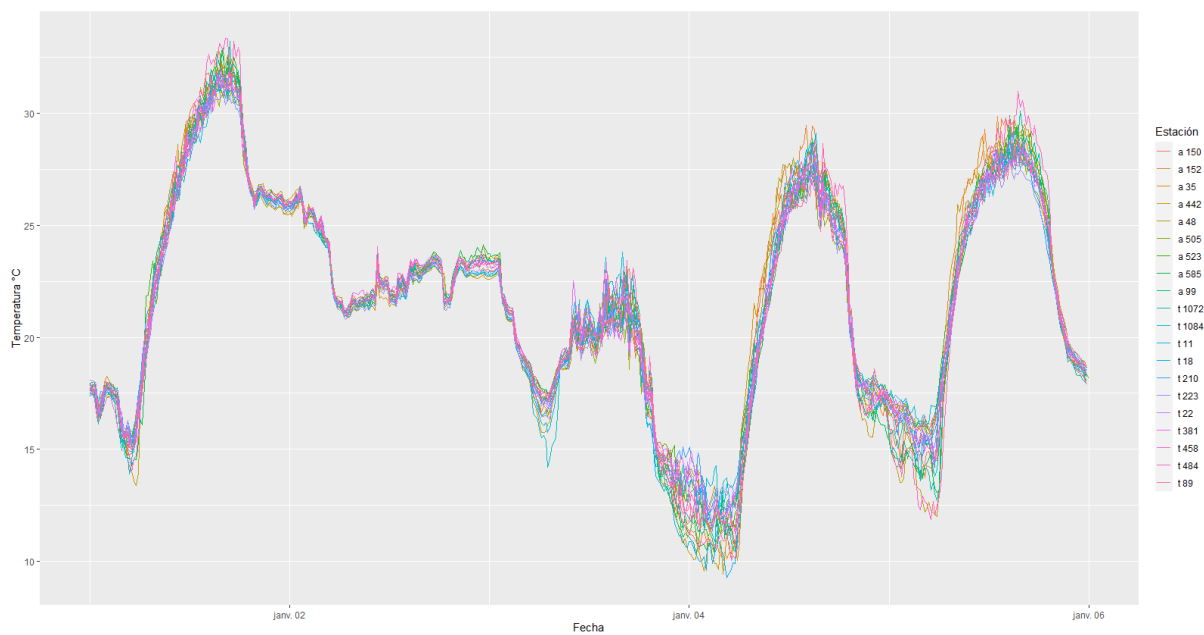


Gráfico 6. Muestra de las temperaturas de todas las estaciones para el periodo 01/01/2019- 05/01/2019.

Con el fin de identificar valores que puedan alterar los análisis, datos atípicos o outliers, se realiza un análisis mediante el diagrama de cajas para el mismo periodo (anexo 2). Se observa en este gráfico, que la estación que presenta valores extremos con altas temperaturas fue la estación *t 89*, con valores que sobrepasaron los 38°C. Con la información anterior, y analizando con más detalle el gráfico 5, podemos ver que la estación *t 89*, es la que presenta valores altos para las fechas 18/01, 27/01 y el 29/01, con temperaturas de 33.2°, 44.3° y 36.9°C, respectivamente, haciendo de esta la única estación a presentar valores de temperatura altos para este periodo.

No obstante, es necesario identificar las estaciones que presentaban problema con los datos para toda la serie. En el anexo 3, podemos ver que estas fueron: $a\ 35$, $a\ 585$ y la $t\ 11$. En el anexo 4, se puede observar el número de días con información atípica para estas estaciones. La estación $t\ 1072$ se descarta igualmente por no presentar una serie completa, solamente 8 días en la serie. Al igual que las estaciones $t\ 89$ y $a\ 442$ por presentar valores atípicos durante algunos días y por lo cual se decide descartarlas de los análisis y la implementación de los modelos. Se conservan en la siguiente etapa tan solo 14 estaciones:

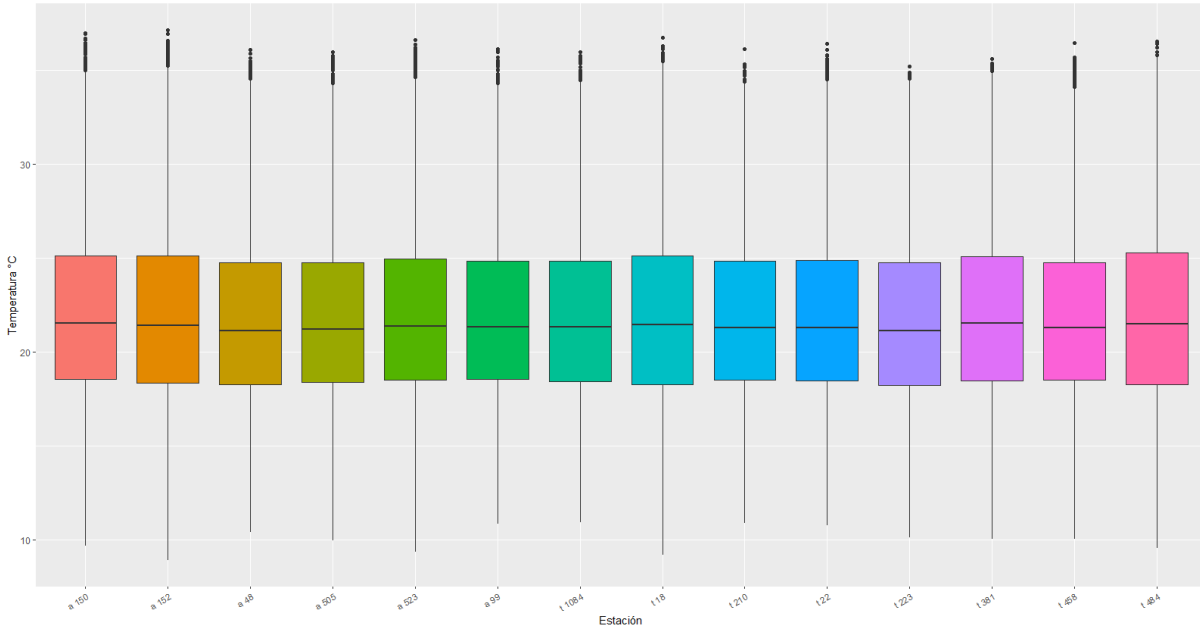


Gráfico 7. Diagrama de cajas para las temperaturas del 2019.

La exploración de datos espacio-temporales se puede realizar a través de la media y la covarianza, como está definido en Wikle, et al., (2019). Para cada observación $\{Z(s_i; t_j)\}$ existe una localización espacial ($s_i; i = 1, \dots, T$) y un tiempo ($t_j; j = 1, \dots, T$), por lo que la media temporal $s_i, \hat{u}_{z,s}(s_i)$, se calcula promediando a lo largo del tiempo:

$$\hat{u}_{z,t}(s_i) = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^T Z(s_i; t_j)$$

Si se consideran las medias para todas las ubicaciones de los datos espaciales, y se supone que tenemos T observaciones para cada ubicación, la media espacial $\hat{u}_{z,s}$ se puede calcular de la siguiente manera:

$$\hat{u}_{z,s} \equiv \begin{bmatrix} \hat{u}_{z,s}(s_1) \\ \vdots \\ \hat{u}_{z,s}(s_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{T} \sum_{j=1}^T Z(s_1; t_j) \\ \vdots \\ \frac{1}{T} \sum_{j=1}^T Z(s_m; t_j) \end{bmatrix} = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^T Z_{t_j}$$

$$Z_{t_j} \equiv \left(Z(s_1; t_j), \dots, Z(s_m; t_j) \right)'$$

Este vector es considerado una cantidad espacial, cuyos elementos se encuentran indexados por su localización.

En el gráfico 8, se puede observar el comportamiento de todas las estaciones para el periodo (líneas azules), y la línea roja, el valor de la media calculado para cada instante en función de la columna *DATE*. Se calcula para cada registro el valor de la media y se representa teniendo en cuenta las líneas hechas en el Software R en el anexo 5.

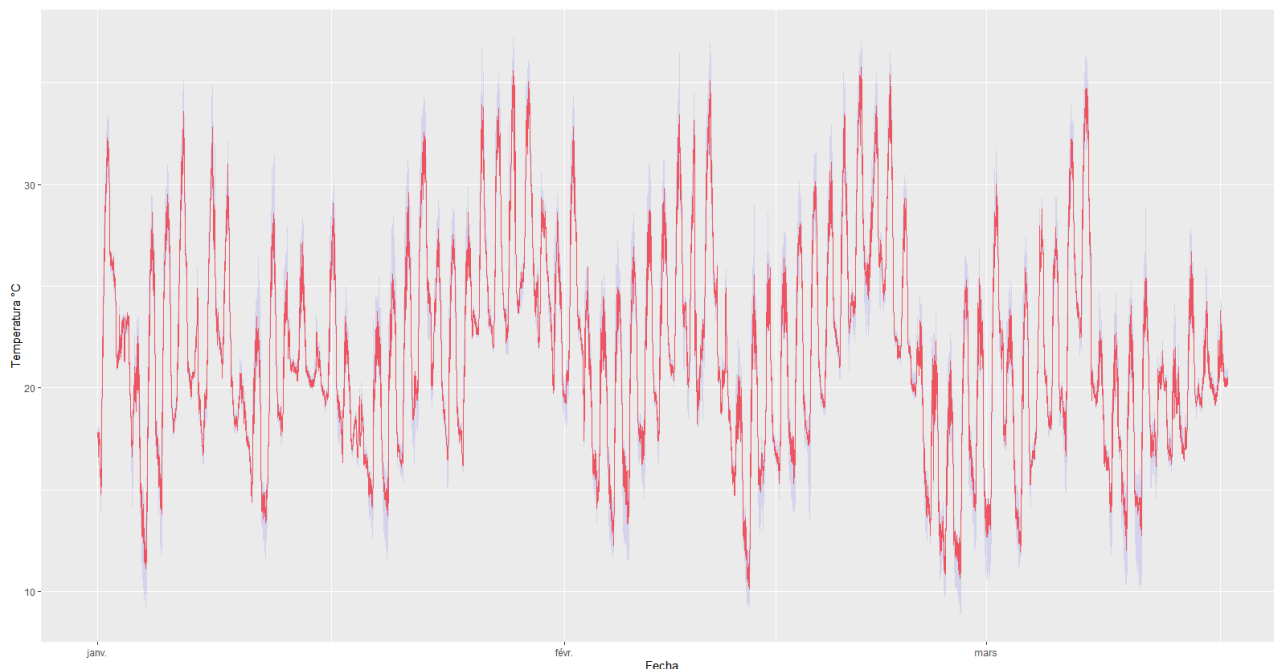


Gráfico 8. Datos de temperatura para cada sensor (líneas azules) y la media temporal (línea roja).

Es útil igualmente analizar la covarianza en el conjunto de datos espacio-temporales, como se definió anteriormente en la fórmula 0. La covarianza se utiliza para determinar el comportamiento del conjunto de los datos en función del espacio y/o el tiempo. Se generó el gráfico 9 de las correlaciones y el gráfico 10 de las covarianzas de las temperaturas de la serie para todas las estaciones.

En el gráfico 9, podemos observar las correlaciones para las temperaturas de cada estación por día (se utilizaron los valores promedio). Se puede observar que los valores del desfase disminuyen lentamente y luego vuelven a aumentar presentando una onda sinusoidal.

Es necesario caracterizar la estructura de dependencia de un conjunto de datos de tipo espacio-temporal, esto con el fin de realizar una predicción óptima. Uno de los métodos es la estimación de la covarianza como se describió en la fórmula más atrás, puesto que estas estimaciones permiten de caracterizar la variabilidad en los datos espacio-temporales como una función de retardos específicos en el tiempo y en el espacio.

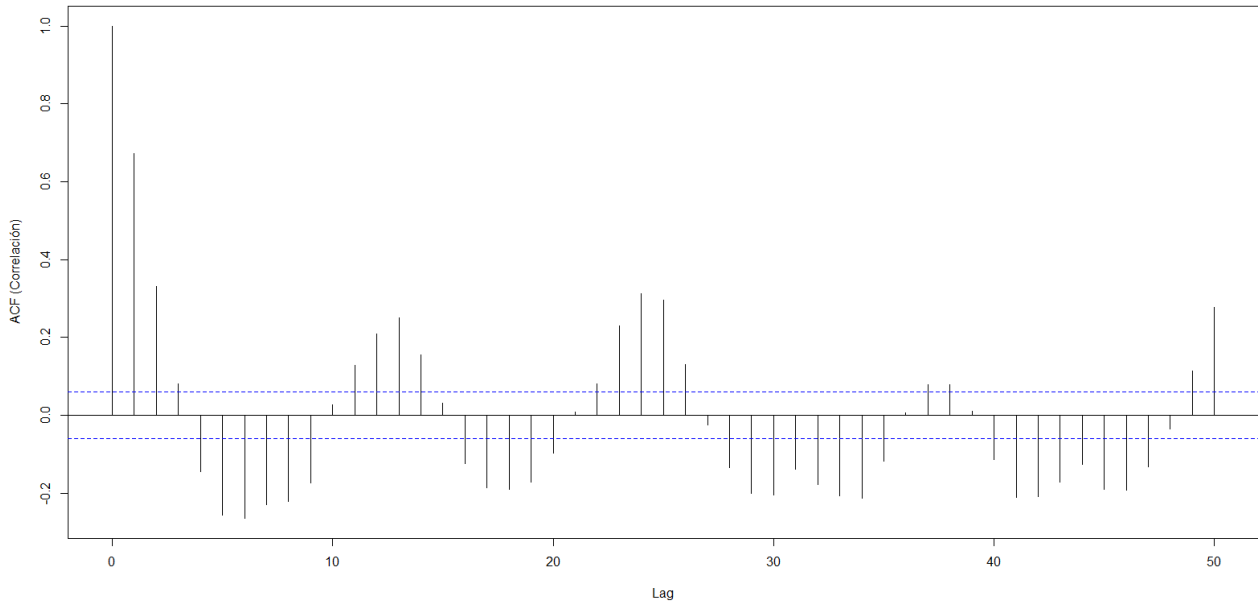


Gráfico 9. Correlación de las temperaturas para los sensores

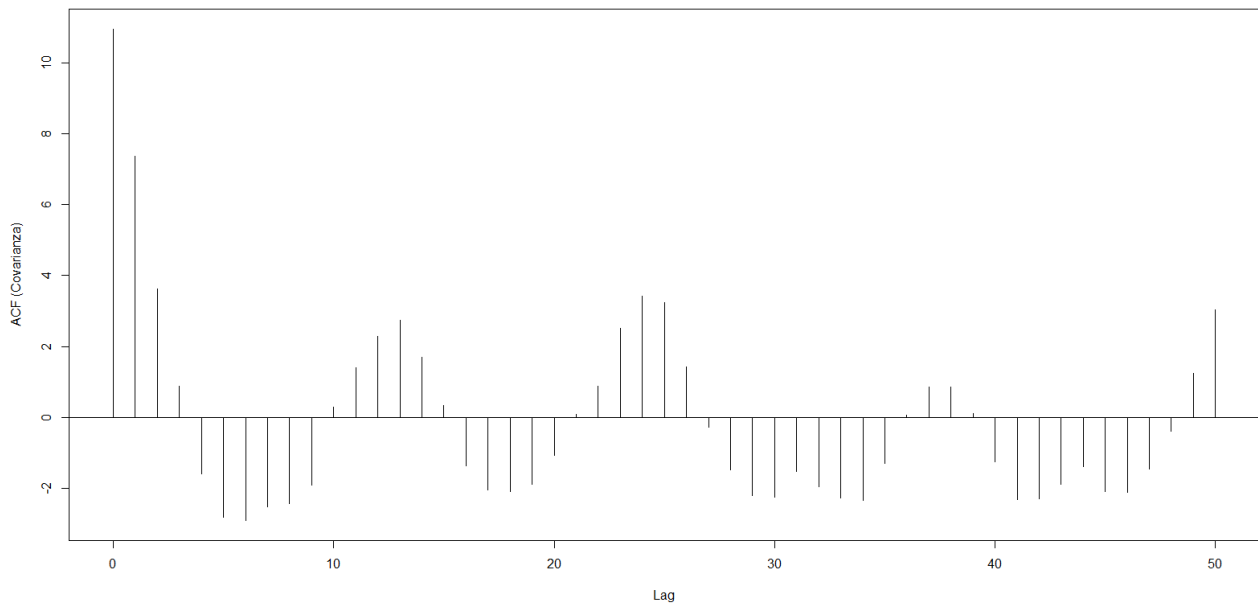


Gráfico 10. Covarianzas para las temperaturas de los sensores.

5.4. Análisis exploratorio de los datos espacio-temporales:

Con el objetivo de poder visualizar los comportamientos de los datos desde el punto de vista espacial, se procede a su respectivo análisis. En el gráfico 11 podemos ver el histórico para toda la serie y para cada una de las 14 estaciones que fueron conservadas para realizar los análisis. Este gráfico permite de tener una visualización sobre la serie de forma más concreta que el gráfico 8.

El gráfico 12 se toman los primeros 12 días del mes de enero del 2019. Se puede observar que a nivel espacial la temperatura es bastante uniforme en la zona de estudio. Lo que permite de concluir que existe un comportamiento separable entre el efecto espacial y el efecto temporal.

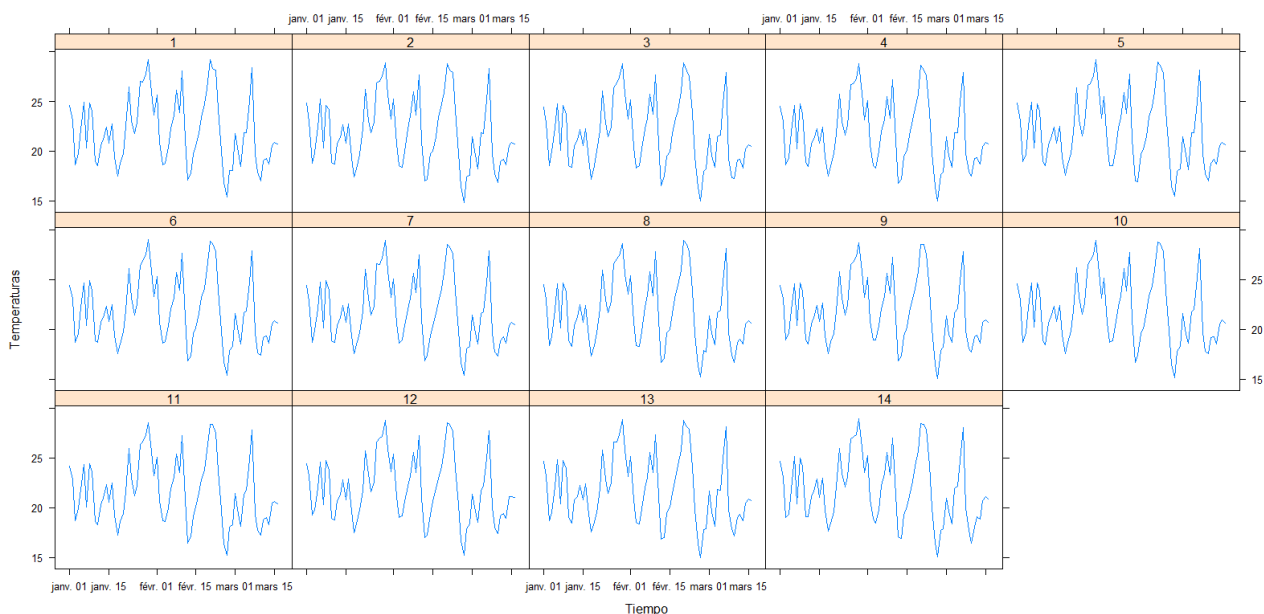


Gráfico 11. Comportamiento de cada estación en toda la serie 01-01-2019 hasta el 16-03-2019.

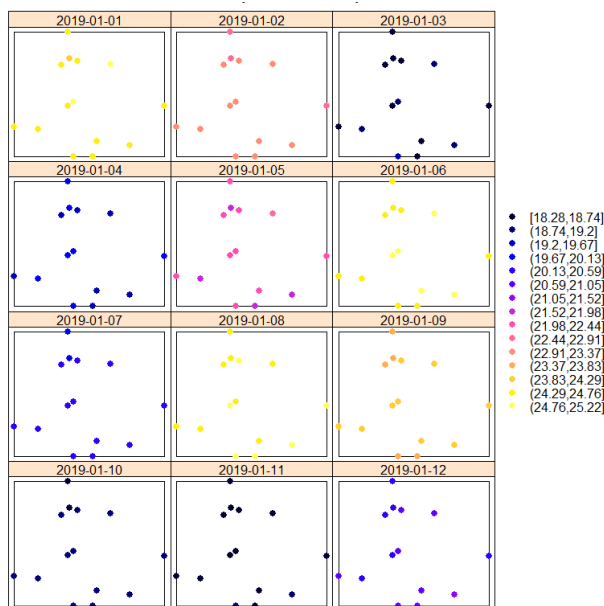


Gráfico 12. Comportamiento espacial de las temperaturas para el periodo entre el 01-01-2019 y el 12-01-2019.

5.4.1. Variograma espacio-temporal

Los siguientes parámetros se utilizan a menudo para describir los variogramas:

- nugget n : La altura del salto del semivariograma en la discontinuidad en el origen.
- sill s o meseta: Límite del variograma que tiende a distancias de retardo infinitas.
- range r : La distancia en la que la diferencia entre el variograma y el umbral se vuelve insignificante. En los modelos con umbral fijo, es la distancia a la que se alcanza por primera vez; para los modelos con un umbral asintótico, convencionalmente se toma como la distancia cuando la semivarianza alcanza por primera vez el 95% del umbral.

Se muestra a continuación el variograma espacio-temporal empírico:

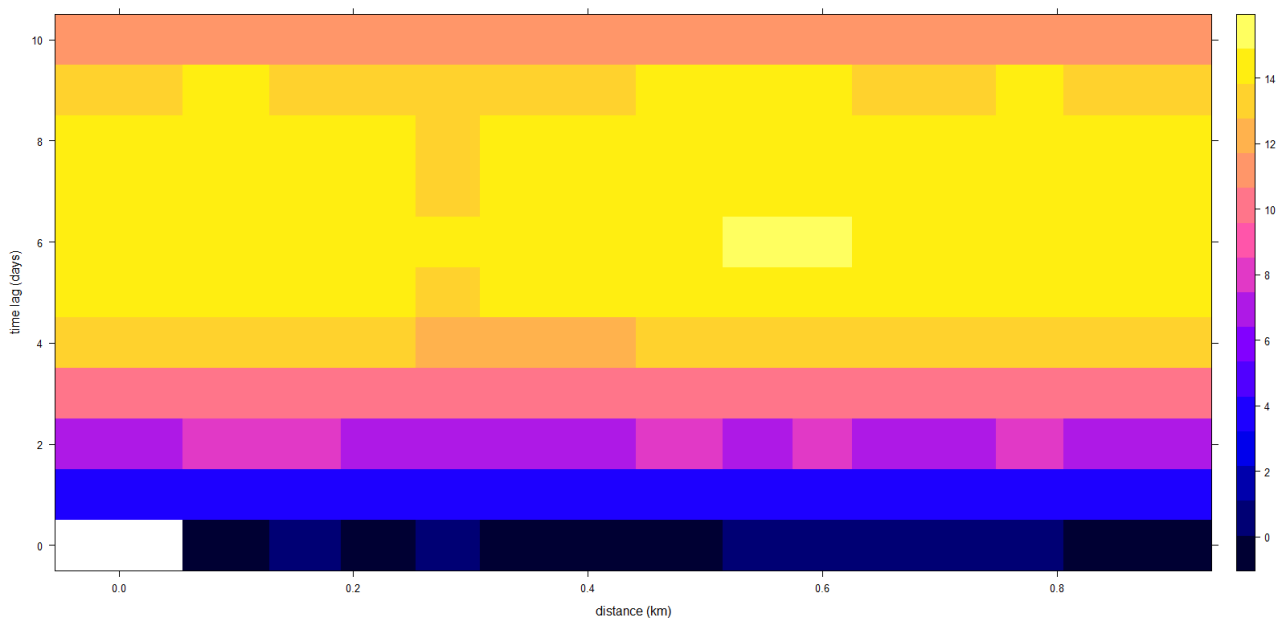


Gráfico 13. Mapa del variograma empírico.

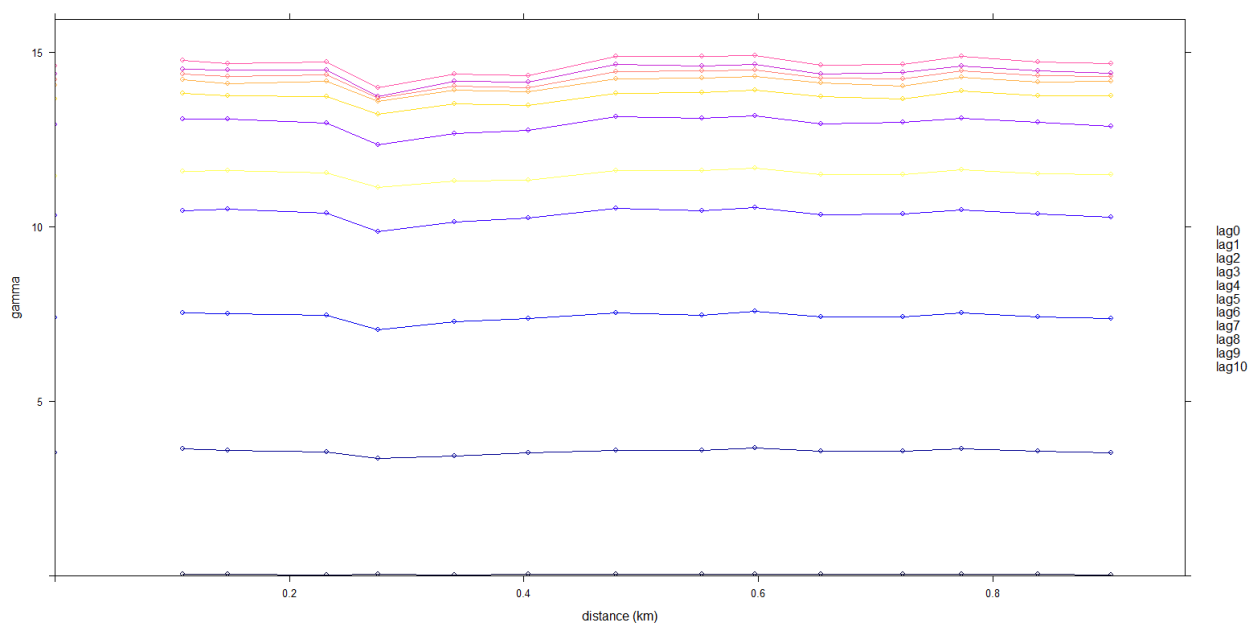


Gráfico 14. Variograma empírico

Se puede ilustrar que a nivel espacial hay una correlación a lo largo del tiempo, pero en un tiempo, no hay mucha variación espacial. Se realizan otros análisis para la estimación de diferentes modelos espacio-temporales. Se probaron 8 modelos diferentes y se obtuvieron los siguientes resultados:

Estructura Espacio-Temporal		Variograma teórico	Valor obtenido
1	Separable (sin pesos)	Exponencial	2,602623
range.s nugget.s range.t nugget.t sill			
20.000000 0.100000 2.708975 0.100000 14.319609			

2	Separable (Recíproco del cuadrado del valor del modelo de variograma actual)	Exponencial	0,10973
range.s nugget.s range.t nugget.t sill 20.000000 0.100000 3.313962 0.100000 15.015656			
3	Separable (sin pesos)	Wave	1,249953
range.s nugget.s range.t nugget.t sill 20.000000 0.100000 5.851752 0.100000 13.722894			
4	Separable (Recíproco del cuadrado del valor del modelo de variograma actual)	Wave	0,09554361
range.s nugget.s range.t nugget.t sill 20.000000 0.100000 6.23092 0.100000 13.69630			
5	Modelo Métrico	Exponencial	1,553812
sill range nugget anis 14.32697 338.26265 0.00000 150.16689			
6	Modelo Métrico	Wave	0,6675196
sill range nugget anis 13.77492 789.83516 0.00000 150.30809			
7	Modelo Producto Suma	Exponencial	26,41888
sill.s range.s nugget.s sill.t range.t nugget.t 7.892027714 0.054650102 0.379619405 0.023923283 2.898379653 0.000459433 k.k 14.941904783			
8	Modelo Producto Suma	Wave	1,575685
sill.s range.s nugget.s sill.t range.t nugget.t k.k 0.9852933 60.0232284 0.0000000 0.9627122 2.2696115 0.0000000 14.0759473			

Tabla 3. Estimación de los modelos.

Se concluye que el mejor modelo espacio-temporal es el modelo separable.

6. Discusión:

La localización de zonas agrícolas idóneas o adecuadas es un desafío para todos los países para enfrentar el inminente cambio climático que se está viviendo en la actualidad. Muchos estudios se enfocan hoy día en buscar zonas óptimas, en donde nuevos lugares tengan mejores condiciones para que las plantas se desarrollen de una manera óptima adaptando todas las políticas necesarias en cuanto a la gestión. El inconveniente de algunos sectores agrícolas, como es el de la viticultura, es que estos están ligados a sectores específicos en los hemisferios y a esto se le añade otro factor como es el terroir, puesto que este es el que les da la tipicidad comercial que se necesita para la exportación y el consumo.

El desafío para los industriales de esta área es lograr métodos que puedan identificar las zonas en donde los cultivos puedan sufrir menos daños a causa de las temperaturas. Esto con el objetivo igualmente de desarrollar nuevas cepas capaces de resistir a las fuertes temperaturas y a la sequía, uno de los principales objetivos a los que tendrán que hacer cara el mundo agrícola.

Los resultados obtenidos con los datos utilizados en este trabajo de fin de master dejan una puerta abierta para la continuidad de una investigación más profunda en cuanto a los datos de temperatura utilizados en micro escalas, puesto que los resultados muestran que existe poca variabilidad en esta zona de estudio, en donde una de las principales causas es la posible cercanía de las estaciones, lo que hace que la variabilidad climática en este lugar sea muy débil como se pudo observar en el gráfico 12. Con el interés de continuar con esta investigación se propondría mejorar los análisis seleccionando los valores para el día y para la noche. De esta manera se podría observar con más claridad las zonas que se consideren más cálidas y más frescas durante la noche y durante el día. A estos posibles estudios, se les podría agregar nuevas variables que pueden ser de interés, como la distancia al mar, la cercanía a un lago, la pendiente, la exposición, etc. así como tener en cuenta que muchos estudios han realizado análisis estadísticos multivariantes y han demostrado que la temperatura y la altitud son las variables con más correlación. Otras variables como la cantidad de azúcar, de antocianinas y otros componentes de las uvas pueden ser de interés con el objetivo de adaptar de una manera más óptima el tipo de variedad a cultivar.

Otro punto relevante sería el análisis de otras zonas de estudio en diferentes localidades a través de las zonas vitícolas en el mundo, las cuales han sido estudiadas con sensores similares localizados en las parcelas. Como se pudo ver en la bibliografía, varios estudios se han llevado a cabo durante algunos años, mismo si estos no son aun suficientes para consolidar una base de datos de tal manera que podríamos hablar de datos históricos espacio-temporales a micro escala.

7. Conclusiones:

Se pudo observar la poca variabilidad de las temperaturas en la zona de estudio, en donde la cercanía de las estaciones no permitió una mejor comprensión de la proporción de las temperaturas como puede suceder en otras escalas. Para este tipo de escala, sería recomendable de agregar otras variables como: la exposición solar, la pendiente... que puedan explicar de una manera más óptima la "micro" variabilidad de las temperaturas.

El desafío en este tipo de estudios a micro escala es de poder adecuar las políticas de gestión, ya que éstas deben de ser adaptadas a cada territorio en función de las condiciones socio-económicas y del impacto que puede tener el sector agrícola en cada localidad. Para la toma de decisiones sería aconsejable, no siempre es el caso, de disponer de una base de datos completa, idealmente con un histórico suficiente, lo que permitiría una mejor decisión en cuanto a la toma de decisiones.

8. Bibliografía:

- Aragon, Y. (2011). *Séries temporelles avec R*. Springer.
- Bois, B., & Van Leeuwen, C. (2008). Variabilité climatique dans la zone de production des vins de Bordeaux. *Journée technique des terroirs viticoles*, (págs. 45-50). Talence (France).
- Bois, B., Joly, D., Quénot, H., Pieri, P., Gaudillère, J. P., Guyon, D., . . . Leeuwen, C. v. (2018). Temperature-based zoning of the Bordeaux wine region. *OENO One*, 52(4), 291-306. doi:<https://doi.org/10.20870/oeno-one.2018.52.4.1580>
- Bonnardot, V., Carey, V., Madelin, M., Cautenet, S., Coetzee, Z., & Quénot, H. (2012). Spatial variability of night temperatures at a fine scale over the Stellenbosch wine district, South Africa. *OENO One*, 46(1), 1-13. doi:<https://doi.org/10.20870/oeno-one.2012.46.1.1504>
- Bonnefoy, C., Quénot, H., Bonnardot, V., Barbeau, G., Madelin, M., Planchon, O., & Neethling, E. (2013). Temporal and spatial analyses of temperature in a French wine-producing area: the Loire Valley. *International Journal of Climatology*, 33(8), 1849-1862. doi:DOI: 10.1002/joc.3552
- Bonnefoy, C., Quenol, H., Panchon, O., & Barbeau, G. (2010). Températures et indices bioclimatiques dans le vignoble du Val de Loire dans un contexte de changement climatique. *EchoGéo*. doi:<https://doi.org/10.4000/echogeo.12146>
- Cabré, M. F., Quénot, H., & Nuñez, M. (2016). Regional climate change scenarios applied to viticultural zoning in Mendoza, Argentina. *International journal of biometeorology*, 1325-1340. doi:<https://doi.org/10.1007/s00484-015-1126-3>
- Carrega, P. (2003). Le climat aux échelles fines. *Publications de l'Association internationale de Climatologie*, 15, 19-30.
- Choisnel, E. (2001). L'homme et les climats. *La météorologie*(35), 36-47.
- Cook, B. L., & Wolkovich, E. (2016). Climate change decouples drought from early wine grape harvests in France. *Nature climate change*, 6, 715-716. doi:<https://doi.org/10.1038/nclimate2960>
- Crespo, J., Rigou, P., Romero, V., García, M., Arroyo, T., & Cabellos, J. M. (September de 2017). Effect of seasonal climate fluctuations on the evolution of glycoconjugates during the ripening period of grapevine cv. Muscat à petits grains blancs berries. *Juournal of the science of food and agriculture*, 1803-1812.
- Desassis, N., & Opitz, T. (16 de 04 de 2016). *Atelier 3. Ajustement de fonctions de covarainces avec gstat*. Recuperado el 16 de 01 de 2018, de Institut National de la Recherche Agronomique INRA: https://informatique-mia.inra.fr/resste/sites/informatique-mia.inra.fr/resste/files/atelier3_manip.pdf
- Downey, M. O., Dokoozlian, N. K., & Krstic, M. P. (September de 2006). Cultural Practice and Environmental Impacts on the Flavonoid Composition of Grapes and Wine: A Review of Recent Research. *American journal of enology and viticulture*, 257-268.

- Falcão, L. D., Revel, G., Perello, M. C., Moutsiou, A., Zanús, M. C., & Bordignon-Luiz, M. T. (2007). A survey of seasonal temperatures and vineyard altitude influences on 2-methoxy-3-isobutylpyrazine, C₁₃-norisoprenoids, and the sensory profile of Brazilian Cabernet Sauvignon wines. *Journal of agricultural and food chemistry*, 3605-3612.
- Fourment, M., Ferrer, M., & Quénol, H. (2013). Vitis vinifera L. cv. Tannat: respuesta a la variabilidad climática. *Agrociencia Uruguay*, 17(2), 45-54. Obtenido de http://www.scielo.edu.uy/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2301-15482013000200005&lng=es
- Gaetan, C., & Guyon, X. (2008). *Modélisation et statistique spatiales*. Berlin: Springer.
- Giraldo, R. (2002). *Introducción a la geoestadística*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.
- Gneiting, T., Genton, M. G., & Guttorp, P. (2007). Geostatistical space-time models, stationarity, separability, and full symmetry. En *Statistical methods for spatio-temporal systems* (págs. 151-175).
- Heine, V. (1955). Models for two-dimensional stationary stochastic. *Biometrika* 42, 170-178.
- Hengl, T. (2009). *A practical guide to geostatistical mapping*.
- Hengl, T., Heuvelink, G. B., Perčec Tadić, M., & Pebesma, E. J. (2012). Spatio-temporal prediction of daily temperatures using time-series of MODIS LST images. *Theoretical and applied climatology*, 265-277. doi:<https://doi.org/10.1007/s00704-011-0464-2>
- Hmamouche, Y. (2018). *Prédiction de séries temporelles larges*. Thèse doctorat, AMU - Aix Marseille Université.
- Huglin, M. P. (1978). Nouveau mode d'évaluation des possibilités héliothermiques d'un milieu viticole. *Comptes rendus de l'académie d'agriculture de France*, (págs. 1117-1126).
- Hunter, J. J., & Bonnardot, V. (2011). Suitability of Some Climatic Parameters for Grapevine Cultivation in South Africa, with Focus on Key Physiological Processes. *South African Journal of Enology & Viticulture*, 32(1), 137-54. doi:<https://doi.org/10.21548/32-1-1374>
- Jackson, R. S. (2014). *Wine science. Principles and applications*. Elsevier.
- Johansen, S. (1991). Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in gaussian vector autoregressive models. *Econometrica*, 1551-1580. doi:<https://doi.org/10.2307/2938278>
- Jones, G. V. (2006). Climate and terroir: impacts of climate variability and change on wine. *Geological association of Canada*.
- Jones, G. V., & Davis, R. E. (2000). Climate influences on grapevine phenology, grape composition, and wine production and quality for Bordeaux, France. *American journal of enology and viticulture*, 51(3), 249-261.
- Jones, G. V., Duff, A. A., Hall, A., & Myers, J. W. (2010). Spatial analysis of climate in winegrape growing regions in the western United States. *American Journal of Enology and Viticulture*, 61(3), 313-326.

- Keller, M., Tarara, J., & Mills, L. (2010). Spring temperatures alter reproductive development in grapevines. *Australian journal of grape and wine research*, 16(3), 445-454. doi:https://doi.org/10.1111/j.1755-0238.2010.00105.x
- Koch, B., & Oehl, F. (2018). Climate change favors grapevine production in temperate zones. *Agricultural sciences*, 9, 247-263.
- Kolovos, A., Christakos, G., Hristopulos, D., & Serre, M. (2004). Methods for generating non-separable spatiotemporal covariance models with potential environmental applications. *Advances in water resources* 27, 815-830.
- Le Roux, R., Rességuier, L. d., Katurji, M., Zawar-Reza, P., Sturman, A., Leeuwen, C. v., & Quénol, H. (2017). Analyse multiscalaire de la variabilité spatiale et temporelle des températures à l'échelle des appellations viticoles de Saint-Émilion, Pomerol et leurs satellites. *Climatologie, Association internationale de climatologie*.
- Loussert, P. (2017). *Caractérisation de la viticulture irriguée par télédétection en contexte de changement climatique : application aux vignobles de la province de Mendoza en Argentine*. Rennes: Université Rennes 2.
- Ma, C. (2008). Recent developments on the construction of spatio-temporal covariance models. *Stochastic environmental research and risk assessment* 22 (Supl. 1), S39-S47.
- Melo Martínez, C. E. (2012). *Análisis geoestadístico espacio tiempo basado en distancia y splines con aplicaciones*. Tesis doctoral : Unviersitat de Barcelona.
- Mira de Orduña, R. (2010). Climate change associated effects on grape and wine quality and production. *Climate change and food science*, 43(7), 1844-1855. doi:https://doi.org/10.1016/j.foodres.2010.05.001
- Montes, C., Pérez-Quesada, J., Peña-Neira, A., & Tonietto, J. (2012). Climatic potential for viticulture in Central Chile. *Australian Journal of Grape and Wine Research*, 20-28. doi:doi: 10.1111/j.1755-0238.2011.00165.x
- Mori, K., Goto-Yamamoto, N., Kitayama, M., & Hashizume, K. (2007). Loss of anthocyanins in red-wine grape under high temperature. *Journal of experimental botany*, 58(8), 1935-1945. doi:doi: 10.1093/jxb/ermo55
- Neethling, E., Barbeau, G., Quénol, H., & Bonnefoy, C. (2011). Évolution du climat et de la composition des raisins des principaux cépages cultivés dans le Val de Loire. *Climatologie*, 79-92. doi:https://doi.org/10.4267/climatologie.323
- Oke, T. R. (1988). *Boundary layer climates* (Vol. 2). (Routledge, Ed.) London.
- Pagay, V., & Collins, C. (2017). Effects of timing and intensity of elevated temperatures on reproductive development of field-grown Shiraz grapevines. *OENO One*, 409-421. doi:https://doi.org/10.20870/oenone.2017.51.4.1066
- Peña, D. (2005). *Análisis de series temporales*. Madrid: Alianza Editorial.
- Perpiñán Lamigueiro, O. (2018). *Displaying time series, spatial, and space-time data with R* (Vol. Second edition). Chapman & Hall/CRC.

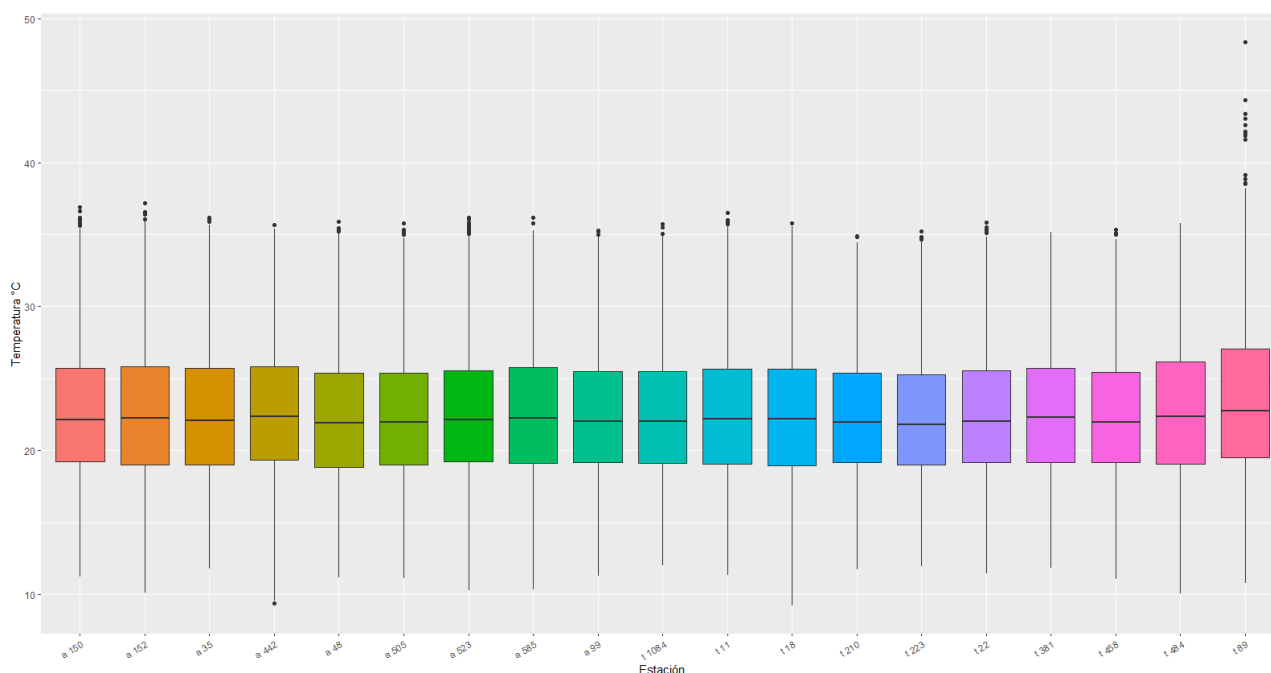
- Petrie, P. L., & Clingeleffer, P. R. (2005). Effects of temperature and light (before and after budburst) on inflorescence morphology and flower number of Chardonnay grapevines (*Vitis vinifera* L.). *Australian journal of grape and wine research*, 11(1), 59-65. doi:<https://doi.org/10.1111/j.1755-0238.2005.tb00279.x>
- Piña-Rey, A., Gonzáles-Fernández, E., Fernández-González, M., Lorenzo, M. N., & Rodríguez-Rajo, F. J. (2020). Climate change impacts assessment on wine-growing bioclimatic transition areas. *Agriculture*. doi:<https://doi.org/10.3390/agriculture10120605>
- Quénol, H. (2011). *Observation et modélisation spatiale du climat aux échelles fines dans un contexte de changement climatique*. Université Rennes 2, Géographie.
- Quénol, H., & Bonnardot, V. (2014). A multi-scale climatic analysis of viticultural terroirs in the context of climate change : the "TERADCLIM" project. *Vine and wine sciences*, 23-32.
- Quénol, H., Loussert, P., Corgne, S., Madelin, M., & Grassin, M. (2015). Influence du climat local sur la viticulture dans la Province de Mendoza (Argentine). *28 colloque de l'Association Internatiuonale de Climatologie*. Liège, Belgique.
- Rességuier, L., Mary, S., Roux, R., Petitjean, T., Quénol, H., & Leeuwen, C. (2020). Temperature Variability at Local Scale in the Bordeaux Area. Relations With Environmental Factors and Impact on Vine Phenology. *Frontiers in Plant Science*, 11. doi:doi: 10.3389/fpls.2020.00515
- Schlather, M., Malinowski, A., Oesting, M., Boecker, D., Strokorb, K., Engelke, S., . . . Pfaff, B. (18 de April de 2017). *Package RandomFields*. Recuperado el 2018 de 01 de 17, de CRAN: <https://cran.r-project.org/web/packages/RandomFields/RandomFields.pdf#Rfn.soil>
- Sherman, M. (2011). *Spatial statistics and spatio-temporal data: covariance functions and directional properties*. Wiley.
- Spayd, S. E., Tarara, J., Mee, D. L., & Ferguson, J. C. (2002). Separation of sunlight and temperature effects on the composition of *Vitis vinifera* cv. Merlot berries. *American journal of enology and viticulture*, 53(3), 171-182.
- Wikle, C. K., Zammit-Mangion, A., & Cressie, N. (2019). *Spatio-temporal statistics with R*. Boca Raton, FL: Chapman & Hall/CRC.
- Wilks, D. S. (2005). *Statistical methods in the atmospheric sciences*. (A. Press, Ed.)

Anexos

1. Coordenadas de los sensores de temperatura.

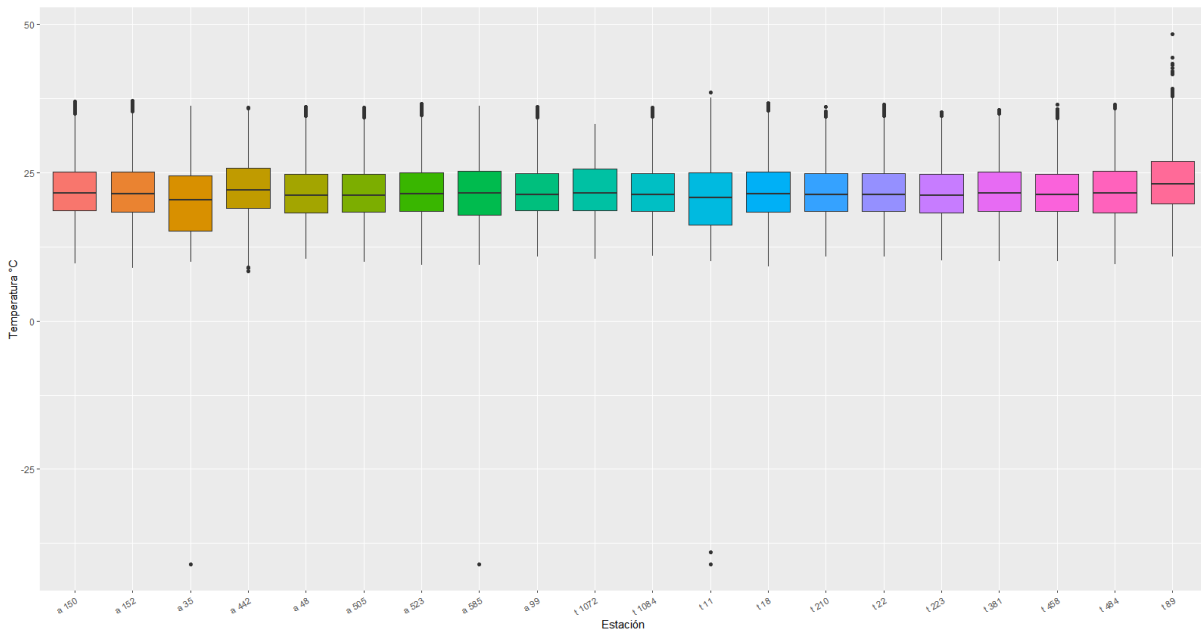
Tipo	Cuadro	Estacion	Y.coord	X.coord	Latitud	Longitud	DEM_m ⁸
a	150	a 150	S34°34'50.7"	W054°37'33.6"	-34.58075	-54.626	96.2924194
a	152	a 152	S34°34'48.8"	W054°37'30.5"	-34.5802222	-54.6251389	97.7685776
a	35	a 35	S34°34'20.5"	W054°37'45.5"	-34.5723611	-54.6293056	136.660095
a	442	a 442	S34°34'57.4"	W054°37'13.5"	-34.5826111	-54.6204167	77.5620651
a	48	a 48	S34°34'16.5"	W054°37'33.6"	-34.57125	-54.626	133.111557
a	505	a 505	S34°35'14.1"	W054°37'19.7"	-34.58725	-54.6221389	101.281418
a	523	a 523	S34°34'31.3"	W054°37'09.9"	-34.5753611	-54.6194167	101.293709
a	585	a 585	S34°34'41.2"	W054°37'00.0"	-34.5781111	-54.6166667	89.915535
a	99	a 99	S34°34'29.9"	W054°37'28.5"	-34.5749722	-54.6245833	112.439041
t	1072	t 1072	S34°35'03.1"	W054°36'32.0"	-34.5841944	-54.6088889	84.2828522
t	1084	t 1084	S34°34'50.8"	W054°36'39.5"	-34.5807778	-54.6109722	107.342201
t	11	t 11	S34°34'22.8"	W054°37'44.4"	-34.573	-54.629	131.266876
t	18	t 18	S34°34'31.8"	W054°37'37.5"	-34.5755	-54.6270833	104.206436
t	210	t 210	S34°35'01.4"	W054°37'50.6"	-34.5837222	-54.6307222	112.882225
t	22	t 22	S34°34'28.8"	W054°37'33.0"	-34.5746667	-54.6258333	118.046196
t	223	t 223	S34°35'03.0"	W054°38'03.9"	-34.5834167	-54.6344167	126.708115
t	381	t 381	S34°35'14.1"	W054°37'30.5"	-34.58725	-54.6251389	110.175262
t	458	t 458	S34°35'07.0"	W054°37'17.4"	-34.5852778	-54.6215	92.8097153
t	484	t 484	S34°35'08.8"	W054°36'58.8"	-34.5857778	-54.6163333	69.9534302
t	89	t 89	S34°34'36.7"	W054°37'18.4"	-34.5768611	-54.6217778	99.066925

2. Análisis de cajas para los datos desde el 01/01/2019 al 31/01/2019.



⁸ Los valores altimétricos fueron extraídos del modelo digital del terreno de Uruguay en libre accesos desde la página <https://www.gub.uy>, la resolución espacial del raster es de 30x30m.

3. Análisis de cajas para los datos desde el 01/01/2019 al 16/03/2019.



4. Número de días sin datos para las estaciones atípicas:

Estación	Total valores atípicos	Días sin datos	% dentro de la serie
a 35	1360	14.16	18.86%
a 585	187	1.94	2.60%
t 11	1097	11.42	15.24%

5. Sintaxis utilizada en el Software R para el caso de estudio:

5.1. Tabla 2, resumen estadístico de toda la base de datos:

```
stats_resumantes <- mydata_Mod %>%
  dplyr::mutate(Fecha=(lubridate::date(mydata_Mod$DATE))) %>%
  dplyr::group_by(Estacion, Fecha) %>%
  dplyr::summarize(Mediana = median(Temperature, na.rm=TRUE),
                  Cuantil0 = quantile(Temperature, na.rm=TRUE) [[1]],
                  Cuantil025 = quantile(Temperature, na.rm=TRUE) [[2]],
                  Media = mean(Temperature, na.rm=TRUE),
                  Quantile075 = quantile(Temperature, na.rm=TRUE) [[4]],
                  TN = min(Temperature, na.rm=TRUE),
                  TX = max(Temperature, na.rm=TRUE),
                  Amplitud = (TX-TN),
```

5.2. Gráfico 5, temperaturas de todas las estaciones (enero del 2019).

```
mydata_Mod_Filter_2019 <- mydata_Mod_Filter %>%
  dplyr::filter(Year == '2019') %>%
  dplyr::filter(J.Day >= '001', J.Day <= '031')

# Realizamos el gráfico
ggplot(mydata_Mod_Filter_2019 ,
       aes(x=DATE,
           y=Temperature,
           fill=Estacion)) +
  geom_line(aes(color=Estacion)) +
  labs(x= 'Fecha',
       y= 'Temperatura °C',
```

```
color='Estación')
```

5.3. Gráfico 6, muestra de las temperaturas de todas las estaciones para el periodo 01/01/2019- 05/01/2019.

```
mydata_Mod_Filter_01012019 <- mydata_Mod_Filter_2019%>%
  dplyr::filter(Year == '2019')%>%
  dplyr::filter(J.Day >= '001', J.Day <= '005')
  #>% dplyr::filter(J.Day == '001')
lapply(mydata_Mod_Filter_01012019, class)
ggplot(mydata_Mod_Filter_01012019,
  aes(x=DATE,
      y=Temperature,
      fill=Estacion))+
  geom_line(aes(color=Estacion))+
  labs(x= 'Fecha',
      y= 'Temperatura °C',
      color='Estación')
```

5.4. Gráfico 7, diagrama de cajas para las temperaturas seleccionadas para el año 2019:

```
mydata_Mod_Filter_2019
ggplot(mydata_Mod_Filter, aes( x=Estacion,y=Temperature, fill=Estacion)) +
  geom_boxplot() +
  xlab(label = "Estación") +
  ylab(label = "Temperatura °C") +
  theme(axis.text.x = element_text(angle=30, hjust=1, vjust=1))+
  theme(legend.position="none")
```

5.5. Gráfico 8, datos de temperatura para cada sensor (líneas azules) y la media temporal (línea roja).

```
# Se combinan los datos espaciales a los datos temporales para cada estación
# Se eliminan igualmente las estaciones que tienen datos atípicos
mydata_XY <- dplyr::left_join(mydata_Mod_Filter, xy, by="Estacion")%>%
  dplyr::filter(Estacion != "t 11",
               Estacion != "a 35",
               Estacion != "a 585",
               Estacion != "t 1072",
               Estacion != "t 89",
               Estacion != "a 442")
# se eliminan las siguientes columnas
mydata_XY<- mydata_XY %>%
  select(-Tipo, -ID, -Cuadro, -Y.coord, -X.coord)

lapply(mydata_XY, class)

# gráfico 8
Tmax_XY <- mydata_XY%>%
  dplyr::group_by(DATE) %>%
  summarise(meanTmax = mean(Temperature))

Tmaxav <- ggplot() +
  geom_line(data = mydata_XY, aes(x = DATE, y = Temperature),
           colour = "blue", alpha = 0.1) +
  geom_line(data = Tmax_XY, aes(x = DATE, y = meanTmax),
           colour = "red", alpha = 0.6) +
  labs(x= 'Fecha',
      y= 'Temperatura °C',
      color='Estación')
```

```
Tmaxav
```

```

Desv_Estandar = sd(Temperature, na.rm=TRUE),
Varianza      = var(Temperature, na.rm=TRUE),
nb_missing_data = length(which(is.na(Temperature))),
nb_points     = length(Temperature)

```

stats_resumantes

5.6. Gráfico 9 correlación:

```

Correlacion<- acf(mydata_XY$Temperature,
                 type= 'correlation',
                 lag.max=200,
                 ylab = "ACF (Correlación)",
                 xlab = "Lag",
                 main=' ')

```

Correlacion

5.7. Gráfico 10 covarianzas:

```

Covarianza<- acf(mydata_XY$Temperature,
                 type= 'covariance',
                 lag.max=500,
                 ylab = "ACF (Covarianza)",
                 xlab = "Lag",
                 main=' ')

```

5.8. Gráfico 11 Comportamiento para cada estación:

```

Datos_Sp=stConstruct(xy, space=list(values=names(Data1)),
                    time=tiempo, SpatialObj = Coordenadas, interval = T,
                    crs=CRS("+proj=longlat +datum=WGS84 +no_defs"))

# Gráfico de serie de tiempo diaria por estación
windows()
stplot(Datos_Sp, mode="tp",
       xlab = "Tiempo", ylab = "Temperaturas", title= NULL)

```

5.9. Gráfico 12, comportamiento espacial para cada estación:

```

#Conversión a un polígono bbox
Pol_Vinedos=bbox_to_SpatialPolygons(bbox(Coordenadas), proj4string =
CRS("+proj=longlat +datum=WGS84 +no_defs"))
A1=list("sp.polygons", Pol_Vinedos)
windows()
stplot(Datos_Sp[, "2019-01-01::2019-01-04"], main="Comportamiento Espacial",
       sp.layout=list(A1)) #Est?tico

```

5.10. Gráfico 13 mapa del variograma empírico y gráfico 14 variograma empírico:

```

Variograma muestral
names(Datos_Sp@data)="Temperatura"
variogramST<-variogram(Temperatura~1, Datos_Sp, tlags=0:10)

plot(variogramST)
plot(variogramST, map=F)

# Estimaci?n del par?metro de anisotrop?a espacio temporal
estiStAni(variogramST, c(1, 300), method="metric", vgm(psill=15, "Exp", range=0.5, nugg
et=0.5))

```

#150.33

5.11. Tabla 3, estimación de los modelos:

Estimación de modelos

```
separableModel1 <- vgmST("separable",  
  space=vgm(psill=5, "Exp", range=0.5, nugget=0.5),  
  time=vgm(0.9, "Exp", 2.9, 0.1),  
  sill=10)
```

```
fit1 <- fit.StVariogram(variogramST, separableModel1, method="L-BFGS-B",  
  fit.method=6,  
  lower=c(0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1),  
  upper=c(20, 20, 20, 20, 20))
```

```
extractPar(fit1)  
attr(fit1, "optim")$value #2.602623
```

```
fit2 <- fit.StVariogram(variogramST, separableModel1, method="L-BFGS-B",  
  fit.method=10,  
  lower=c(0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1),  
  upper=c(20, 20, 20, 20, 20))
```

```
extractPar(fit2)  
attr(fit2, "optim")$value #0.10973
```

```
separableModel2 <- vgmST("separable",  
  space=vgm(psill=5, "Wav", range=0.5, nugget=0.5),  
  time=vgm(0.9, "Sph", 2.9, 0.1),  
  sill=10)
```

```
fit3 <- fit.StVariogram(variogramST, separableModel2, method="L-BFGS-B",  
  fit.method=6,  
  lower=c(0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1),  
  upper=c(20, 20, 20, 20, 20))
```

```
extractPar(fit3)  
attr(fit3, "optim")$value #1.249953
```

```
fit4 <- fit.StVariogram(variogramST, separableModel2, method="L-BFGS-B",  
  fit.method=10,  
  lower=c(0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1),  
  upper=c(20, 20, 20, 20, 20))
```

```
extractPar(fit4)  
attr(fit4, "optim")$value #0.09554361
```

```
metricModel1 <- vgmST("metric",  
  joint=vgm(psill=15, "Exp", range=0.5, nugget=0.5),  
  stAni=150.33)
```

```
fit5 <- fit.StVariogram(variogramST, metricModel1)
```

```
extractPar(fit5)  
attr(fit5, "optim")$value #1.553812
```

```
metricModel2 <- vgmST("metric",  
  joint=vgm(psill=15, "Sph", range=0.5, nugget=0.5),  
  stAni=150.33)
```

```
fit6 <- fit.StVariogram(variogramST, metricModel2)
```

```
extractPar(fit6)  
attr(fit6, "optim")$value #0.6675196
```



```

prodsumModel1 <- vgmST("productSum",
  space=vgm(psill=8, "Wav", range=0.5, nugget=0.5),
  time=vgm(0.9, "Sph", 2.9, 0.1),
  k=15)

fit7 <- fit.StVariogram(variogramST, prodsumModel1)
extractPar(fit7)
attr(fit7, "optim")$value #26.41888

prodsumModel2 <- vgmST("productSum",
  space=vgm(psill=5, "Exp", range=0.5, nugget=0.5),
  time=vgm(0.9, "Exp", 2.9, 0.1),
  k=15)

fit8 <- fit.StVariogram(variogramST, prodsumModel2)
extractPar(fit8)
attr(fit8, "optim")$value #1.575685

#El mejor modelo es el modelo separable

```