



## Línea de Trabajo fin de Máster 2025-2026

| Máster Universitario en Estadística Aplicada. |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-----------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Título</b>                                 | Aproximación numérica de densidades de tiempo de primer paso para procesos de difusión.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| <b>Tipo</b>                                   | INVESTIGACIÓN <input type="checkbox"/> ORIENTACIÓN PRÁCTICA <input checked="" type="checkbox"/>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| <b>Número de alumnos admitidos</b>            | 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <b>Profesor(es)/ email</b>                    | Juan José Serrano Pérez / jjserra@ugr.es                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <b>Descripción</b>                            | <p>En la vida real encontramos diferentes fenómenos cuya evolución en el tiempo puede modelarse mediante procesos de difusión. Un problema de interés en este contexto es el estudio de la variable tiempo de primer paso de un proceso de difusión a través de una barrera dependiente del tiempo.</p> <p>Para procesos de difusión homogéneos y no homogéneos, puede demostrarse que la densidad del tiempo de primer paso satisface una ecuación integral de Volterra de segunda clase, cuya solución explícita puede obtenerse únicamente para cierto tipo de barreras, mientras que para el resto de barreras dicha solución debe aproximarse mediante esquemas numéricos. No obstante, la aplicación de este tipo de procedimientos presenta dificultades desde el punto de vista computacional.</p> <p>La función FPTL es una función que permite localizar la variable tiempo de primer paso, proporcionando información de gran interés para aproximar su densidad. El paquete <code>fptdApprox</code> de R implementa una metodología basada en el uso de la función FPTL para aproximar de forma eficiente la densidad del tiempo de primer paso.</p> <p>En este trabajo fin de máster se pretende que el alumno estudie diferentes problemas de tiempo de primer paso que abordará haciendo uso de su propia implementación del algoritmo numérico propuesto por Buonocore et al. [1] y del paquete <code>fptdApprox</code>. En particular, estudiará problemas en los que la aproximación numérica de la densidad del tiempo de primer paso plantee problemas computacionales, y analizará los beneficios que proporciona el uso del paquete <code>fptdApprox</code>. Alternativamente el alumno podrá recopilar y estudiar problemas reales de tiempo de primer paso de interés en diferentes áreas.</p> |
| <b>Objetivos particulares</b>                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Comprender el algoritmo numérico propuesto por Buonocore et al. [1] para aproximar la densidad del tiempo de primer paso.</li> <li>• Identificar los problemas que pueden surgir al aproximar la densidad del tiempo de primer paso mediante esquemas numéricos.</li> <li>• Entender cómo aproximar la densidad del tiempo de primer paso con el paquete <code>fptdApprox</code>, en los casos degenerado y no degenerado.</li> <li>• Evidenciar las ventajas computacionales de aproximar la densidad del tiempo de primer paso haciendo uso de la función FPTL mediante el paquete <code>fptdApprox</code>.</li> <li>• Recopilar y resolver problemas de tiempo de primer paso de interés en diferentes áreas.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |

|                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|---------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Prerrequisitos y recomendaciones</b>     | Es necesario tener formación previa sobre procesos estocásticos, así como de computación estadística (en particular, del lenguaje y entorno de programación R), siendo imprescindible haber realizado previamente las asignaturas del máster “Cálculo y modelización estocástica. Procesos de difusión” y “Aplicaciones de los modelos de difusión en fenómenos de crecimiento en Ciencias Medioambientales y Economía”, y recomendable haber cursado la asignatura “Entornos de computación estadística”.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <b>Plan de trabajo</b>                      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Revisión bibliográfica de los trabajos más interesantes y recientes en este campo.</li> <li>• Implementar en R el algoritmo numérico propuesto por Buonocore et al. [1] para aproximar la densidad del tiempo de primer paso, en los casos degenerado y no degenerado.</li> <li>• Definir la función FPTL y sintetizar la información de interés que proporciona para aproximar de forma eficiente la densidad del tiempo de primer paso.</li> <li>• Introducir el paquete fptdApprox y describir detalladamente cómo aproximar eficientemente la densidad del tiempo de primer paso con dicho paquete, en los casos degenerado y no degenerado.</li> <li>• Considerar un proceso de difusión concreto y establecer sus características generales.</li> <li>• Plantear diferentes problemas de tiempo de primer paso para el proceso considerado y, en particular plantear problemas en los que los esquemas numéricos de aproximación de la densidad del tiempo de primer paso encuentren dificultades. Realizar un amplio estudio que muestre las ventajas computacionales de aproximar la densidad del tiempo de primer paso haciendo uso del paquete fptdApprox, en los casos degenerado y no degenerado, y para todo tipo de barreras. Alternativamente pueden estudiarse problemas reales de tiempo de primer paso de interés en diferentes áreas.</li> </ul>                                                                                    |
| <b>Competencias generales y específicas</b> | CB: 6, 7, 8, 9, 10<br>CG: 1, 2, 3, 6, 9<br>CE: 10, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 26, 28, 29                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <b>Bibliografía</b>                         | <p>[1] Buonocore, A., Nobile, A.G. and Ricciardi, L.M. (1987). A new integral equation for the evaluation of first-passage-time probability densities. <i>Advances in Applied Probability</i> 19, 784-800.</p> <p>[2] Ricciardi, L. M., Di Crescenzo, A., Giorno, V. and Nobile, A.G. (1999). An outline of theoretical and algorithmic approaches to first passage time problems with applications to biological modelling. <i>Scientiae Mathematicae Japonicae</i> 50(2), 247-322.</p> <p>[3] Román, P., Serrano, J.J., Torres, F. (2008). First-passage-time location function: Application to determine first-passage-time densities in difusión processes. <i>Computational Statistics and Data Analysis</i>, 52, 4132-4146.</p> <p>[4] Gutiérrez-Jáimez, R., Román, P., Romero, D., Serrano, J. J., Torres, F. (2008). Some time random variables related to a Gompertz-type difusión process. <i>Cybernetics and Systems: An International Journal</i>, 39, 467-479.</p> <p>[5] P. Román-Román, J.J. Serrano-Pérez, F. Torres-Ruiz (2012). An R package for an efficient approximation of first-passage-time densities for difusión processes based on the FPTL function. <i>Applied Mathematics and Computation</i>, 218, 8408–8428.</p> <p>[6] P. Román-Román, J.J. Serrano-Pérez, F. Torres-Ruiz (2014). More general problems on first-passage times for diffusion processes: A new version of the fptdApprox package. <i>Applied Mathematics and Computation</i>, 244, 432–446.</p> |