GUIA DOCENTE DE LA ASIGNATURA (∞)

Pensamiento numérico y algebraico II

Curso 2020-2021

(Fecha última actualización: 13/07/2020)

(Fecha de aprobación en Comisión Académica del Máster: 21/07/2020)

SEMESTRE	CRÉDITOS	CARÁCTER	TIPO DE ENSEÑANZA	IDIOMA DE IMPARTICIÓN
2º	4	Optativa	Semipresencial / Virtual	Español
MÓDULO		Módulo III: Cursos especializados		
MATERIA		Pensamiento Numérico y Algebraico II		
CENTRO RESPONSABLE DEL TÍTULO		Escuela Internacional de Posgrado		
MÁSTER EN EL QUE SE IMPARTE		**Máster Universitario en Didáctica de la Matemática**		
CENTRO EN EL QUE SE IMPARTE LA DOCENCIA		Facultad de Ciencias de la Educación		
PROFESORES[1]				
Antonio Moreno Verdejo				
DIRECCIÓN		Dpto. Didáctica de la Matemática, 3ª planta, Facultad de Ciencias de la Educación. Despacho nª 363-2. Correo electrónico: Antonio Moreno: amverdejo@ugr.es		
TUTORÍAS		Martes de 9 a 12 horas (se recomienda cita previa por correo electrónico)		
Marta Molina González				
DIRECCIÓN		(Profesora invitada de la Universidad de Salamanca) Correo electrónico: martamolina@usal.es		
TUTORÍAS		A través del correo electrónico o concertar cita para tutorías virtuales Lunes 10 a 13, Martes y Miércoles de 9:30 a 11		
COMPETENCIAS GENERALES Y ESPECÍFICAS				
COMPETENCIAS BÁSICAS Y GENERALES • CG1. Aplicar los conocimientos adquiridos a la resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con el área de estudio • CG2. Integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una				

[1] Consulte posible actualización en Acceso Identificado > Aplicaciones > Ordenación Docente

(∞) Esta guía docente debe ser cumplimentada siguiendo la "Normativa de Evaluación y de Calificación de los estudiantes de la Universidad de Granada" (http://secretariageneral.ugr.es/pages/normativa/fichasugr/ncg7121/!)

información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.
- CG3. Comunicar sus conclusiones –y los conocimientos y razones últimas que las sustentan– a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.
- CG4. Aprender de manera autodirigida y autónoma a lo largo de la vida profesional.

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

Las siguientes competencias específicas, propias del título de máster en Didáctica de las Matemáticas, serán desarrolladas al abordar el estudio de los problemas y contenidos relativos al campo del Pensamiento numérico y algebraico:

- *CE1.Plantear y evaluar problemas de investigación en Didáctica de la Matemática.*
  - CE1.1. Analizar críticamente la literatura científica en Didáctica de la Matemática
  - CE1.2. Buscar fuentes bibliográficas, así como analizar y organizar la literatura existente sobre temas específicos relacionados con la Didáctica de la Matemática.
- *CE2. Delimitar el marco metodológico, diseño y componentes de una investigación en Didáctica de la Matemática*.
  - CE2.1. Establecer los descriptores generales que caracterizan una investigación en Didáctica de la Matemática.
  - CE2.3. Señalar criterios de calidad y control para el diseño de una investigación en Didáctica de la Matemática.
  - CE2.4. Adquirir conocimientos prácticos en técnicas de investigación sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- *CE3. Seleccionar, elaborar, analizar e interpretar los datos en una investigación en educación matemática; Interpretar y presentar los resultados de una investigación.*
  - CE3.2. Adquirir o mejorar las habilidades de exposición oral y escrita de trabajos teóricos y de investigación.
  - CE3.3. Fomentar el espíritu crítico, reflexivo e innovador para mejorar la educación matemática a partir de la investigación.

COMPETENCIAS TRANSVERSALES
- CT1 - Mostrar interés por la calidad y la excelencia en la realización de diferentes tareas.
- CT3 - Tener un compromiso ético y social en la aplicación de los conocimientos adquiridos.

OBJETIVOS O RESULTADOS DE APRENDIZAJE (SEGÚN LA MEMORIA DE VERIFICACIÓN DEL TÍTULO)

El alumno sabrá/comprenderá:
- Las diferentes concepciones y enfoques del álgebra escolar que actualmente se consideran a nivel internacional.
- Cómo ha ido evolucionando internacionalmente la investigación en la Didáctica del álgebra y la enseñanza del álgebra
- Algunas de las tendencias actuales más relevantes en la investigación en Didáctica del álgebra
- En qué consiste y de dónde surge el early algebra
- La dualidad proceso/objeto y la naturaleza del proceso de encapsulación de un concepto matemático
- El marco teórico y metodólogico de los modelos teóricos locales
- Algunas aportaciones relevantes de la historia de las matemáticas a la Didáctica del álgebra.

El alumno será capaz de:
- Distinguir diferentes dimensiones dentro del álgebra escolar
- Identificar tipos de tareas que abordan cada una de las dimensiones del álgebra escolar

- Describir formas de abordar la enseñanza del álgebra desde la Educación Primaria
- Describir entre la concepción de los conceptos matemáticos como objetos y como procesos

BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (SEGÚN LA MEMORIA DE VERIFICACIÓN DEL TÍTULO)

- Historia de las ideas algebraicas para la investigación en didáctica del álgebra
- Panorama de la bibliografía básica de didáctica del álgebra
- Concepciones y enfoques del álgebra y su relación con la Aritmética. Early algebra
- Investigaciones actuales sobre la enseñanza y aprendizaje del álgebra

TEMARIO DETALLADO DE LA ASIGNATURA

TEMARIO TEÓRICO:

- Concepciones y enfoques del álgebra y su relación con la Aritmética
- La propuesta curricular y línea de investigación Early álgebra
- Sentido simbólico y simbolismo algebraico.
- Sentido estructural y estructura en el álgebra
- Resolución de problemas
- Panorama de la investigación y la enseñanza del álgebra
- Investigaciones actuales sobre la enseñanza y aprendizaje del álgebra.

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA FUNDAMENTAL:

Arcavi, A. (1994). Symbol sense: informal sense–making in formal mathematics. F*or the Learning* of Mathematics, 1(3), 24-35. Disponible en http://www.fisme.science.uu.nl/fisme/nl/projecten/minisymposiumalgebraict/Arcavi1994FLM.pdf

Blanton, M. L. y Kaput, J. (2005). Characterizing a Classroom Practice that Promotes Algebraic Reasoning. Journal for Research in Mathematics Education, 36(5), 412-446.

Kieran, C. (2006). Research on the learning and teaching of algebra. En A. Gutierrez y P. Boero (Eds.), Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future (pp.11-49). Sense Publishers.

Molina, M. (2009). Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria. *PNA*, *3*(3), 135-156. Disponible en http://www.pna.es/Numeros2/pdf/Molina2009Una.pdf

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA:

Arcavi, A., Drijvers, P. y Stacey K. (2017). The learning and teaching of algebra. Ideas, Insights and Activities. New York: Routledge. Booth, L. R. (1984). Algebra: Children's Strategies and Errors. A Report of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project. Windsor, Berkshire: NFER-NELSON

Blanton, M., Levi, L., Crites, T., & Dougherty, B. (2011). Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in Grades 3-5. Reston, VA: NCTM.

Cai, J. y Knuth E. (2011). Early-Algebraization. Berlin, Alemania: Springer-Verlag.

Carpenter, T. P., Franke, M. L. y Levi, L. (2003). Thinking mathematically: integrating arithmetic y algebra in elementary school. Portsmouth: Heinemann.

Castro, E. y Molina, M. (2007). Desarrollo de Pensamiento Relacional mediante trabajo con igualdades numéricas en aritmética básica. Educación Matemática, 19(2), 67-94

Castro, E., Cañadas, M. C. y Molina, M. (2017). Pensamiento funcional mostrado por estudiantes de Educación Infantil. Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 6(2), 1-13.

Cañadas, M. C., Molina, M. y del Río, A. (2018). Meanings Given to Algebraic Symbolism in Problem Posing. Educational Studies in Mathematics, 98(19). Doi: doi.org/10.1007/s10649-017-9797-9

Fernández-Millán E. y Molina, M. (2016). Indagación en el conocimiento conceptual del simbolismo

algebraico de estudiantes de secundaria mediante la invención de problemas. Enseñanza de las Ciencias, 34(1), 53-71. DOI: http://dx.doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1455
Fernández-Millán, E. y Molina, M. (2018). Ejemplos y definiciones de ecuaciones: una ventana hacia el conocimiento conceptual de estudiantes de secundaria. PNA, 12(3), 147-172.
Gray, E. y Tall, D. (1992). Success and Failure in Mathematics: The Flexible Meaning of Symbols as Process and Concept. *Mathematics Teaching,* 142, 6-10.
Gray, E. y Tall, D. (1994). Duality, Ambiguity and Flexibility: A Proceptual View of Simple Arithmetic, The Journal for Research in Mathematics Education, 26 (2), 115-141.
Hewitt, D. (1998). Approaching Arithmetic Algebraically. Mathematics Teaching, 163, 19-29.
Kaput, J. (1999). *Teaching and Learning a new algebra with understanding*. Dartmouth, MA: National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.
Kaput, J., Carraher, D. y Blanton, M. (2008). Algebra in the early grades. New York: Routledge.
Kieran, C. (1992). The Learning and Teaching of School Algebra. En D. A. Grows (Ed.), Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. A Project of the National Council of Teachers of Mathematics (pp. 390-419). New York: MacMillan Publishing Company.
Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. En F. K. Lester (Ed.), Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 707-762). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
Küchemann, D. (1981). Algebra. En K. Hart (Ed.), Children's understanding of mathematics: 11-16 (pp. 102-119). London: John Murray.
Linchevski, L. (1995). Algebra with numbers and arithmetic with letters: a definition of pre–algebra. Journal of Mathematical Behaviour, 14, 113-120.
Linchevski, L. y Livneh, D. (1999). Structural Sense: the relationship between algebraic and numerical contexts. Educational Studies in Mathematics, 40(2), 173-196.
Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. En N. Bednarz, C. Kieran y L. Lee (Eds.), Approaches to Algebra. Perspectives for Research and Teaching. London: Kluwer Academic Publisher.
Mason, J., Stephens, M. y Watson, A. (2009). Appreciating mathematical structure for all. Mathematics Education Research Journal, 21(2), 10-32.
Molina, M. (2006). Desarrollo de Pensamiento Relacional y Comprensión del Signo igual por Alumnos de Tercero de Educación Primaria. Tesis doctoral. Granada: Universidad de Granada.Disponible en http://funes.uniandes.edu.co/544/1/MolinaM06-2822.PDF
Molina, M., Ambrose, R. Castro, E. y Castro, E. (2009). *Breaking the addition addiction: creating the conditions for knowing-to act in early algebra.* En S. Lerman, B. y Davis (Eds.), Mathematical Action & Structures Of Noticing: Studies inspired by John Mason (pp. 121-134). Los Paises Bajos: Sense Publisher. Disponible en http://funes.uniandes.edu.co/633/
Molina, M., Ambrose, R. y del Rio, A. (2018). First encounter with variables by first and third grade Spanish students. En C. Kieran (Ed), *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds: the global evolution of an emerging field of research and practice.* (pp. 261-280). Hamburgo, Alemania: Springer.
Molina, M., Castro, E. y Castro, E. (2009). Elementary students´ understanding of the equal sign in number sentences. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology* 17, 7(1), 341-368. Disponible en http://digibug.ugr.es/bitstream/10481/4718/1/Molina,%20Castro%20%26%20Castro.pdf
Molina, M. y Cañadas, M. C. (2018). La noción de estructura en Early Algebra. En P. Flores, J. L. Lupiañez e I. Segovia (Eds.), Enseñar Matemáticas. Homenaje a los profesores Francisco Fernández y Francisco Ruiz (pp. 129-141). Granada, España: Editorial Atrio.
Molina, M., Rodríguez-Domingo, S., Cañadas, M. C. y Castro, E. (2017). Secondary School Students' Errors in the Translation of Algebraic Statements. International Journal of Science and Mathematics Education, 15(6), 1137-1156. DOI: 10.1007/s10763-016-9739-5
Rodríguez-Domingo, S., y Molina, M. (2013). De lo verbal a lo simbólico: un paso clave en el uso del álgebra como herramienta para la resolución de problemas y la modelización matemática. In L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina, e I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp. 111-118). Granada, España: Comares. Disponible en http://hdl.handle.net/10481/33497
Rojano, T. (1996). Developing algebraic aspects of problem solving within a spreadsheet environment. En N. Bednarz, C. Kieran, y L. Lee (Eds.), Approaches to Algebra (pp. 137-145). Dordrecht, The Netherlands:

Kluwer Academic Publishers.
Stacey, K., Chick, H., y Kendal, M. (Eds.) (2004). The teaching and learning of algebra: The 12th ICMI study (pp. 189-224). Boston / Dordrecht / New York / London: Kluwer Academic Publishers.
Stephens, M. y Wang, X. (2008). Investigating Some Junctures in Relational Thinking: A study of Year 6 and Year 7 students from Australia and China. *Journal of Mathematics Education* 1(1), 28-39 Stewart, S. (2017). And the rest is just algebra. Suiza: Springer.
Usiskin, Z. (1988). Conceptions of School Algebra and Uses of Variables. En A. Coxford (Ed.), *The Ideas of Algebra K–12* (pp. 8-19). Reston, VA: NCTM. Disponible en http://www.math.wisc.edu/~kwon/135Spring2014/alg.pdf
Vega-Castro, D., Molina, M., y Castro, E. (2012). Sentido estructural de estudiantes de bachillerato en tareas de simplificación de fracciones algebraicas que involucran igualdades notables. *Relime, 15*(2), 233-258. Disponible en http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v15n2/v15n2a5.pdf
Wagner, S. y Kieran, C. (1989). An Agenda for Research on the Learning and Teaching of Algebra. En S. Wagner y C. Kieran (Eds.), Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra (pp. 220-237). Reston, Virginia: Lawrence Erlbaum Associates and National Council of Teachers of Mathematics.
Warren E. A., Cooper, T. J., Lamb, J. T. (2006). Investigating functional thinking in the elementary classroom: Foundations of early algebraic reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior,* 25(3), 2006, 208-223

ENLACES RECOMENDADOS (OPCIONAL)

METODOLOGÍA DOCENTE

- A1. Lectura crítica de documentos específicos aportados.
- A2. Discusión, presencial y virtual, del contenido de documentos encomendados.
- A3. Participación en foros.
- A4. Realización de trabajos requeridos.

EVALUACIÓN (INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y PORCENTAJE SOBRE LA CALIFICACIÓN FINAL, ETC.)

CONVOCATORIA ORDINARIA

El artículo 17 de la Normativa de Evaluación y Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada establece que la convocatoria ordinaria estará basada preferentemente en la evaluación continua del estudiante, excepto para quienes se les haya reconocido el derecho a la evaluación única final.

Los criterios de evaluación de los trabajos tendrán en cuenta el tiempo dedicado por el alumno, la calidad de las presentaciones preparadas, la participación activa en la clase y foros, y la elaboración de trabajos individuales o grupales.

- E1. Asistencia participativa o participación virtual.
- E2. Revisión por portfolio de tareas realizadas: análisis del desempeño acumulado.
- E3. Realización de, al menos, dos trabajos de revisión bibliográfica.
- E4. Presentación de resúmenes críticos de trabajos previamente encomendados

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

El artículo 19 de la Normativa de Evaluación y Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada establece que los estudiantes que no hayan superado la asignatura en la convocatoria ordinaria dispondrán de una convocatoria extraordinaria. A ella podrán concurrir todos los estudiantes, con independencia de haber seguido o no un proceso de evaluación continua. De esta forma, el estudiante que no haya realizado la evaluación continua tendrá la posibilidad de obtener el 100% de la calificación mediante la realización de una prueba y/o trabajo.

Los criterios de evaluación de los trabajos tendrán en cuenta el tiempo dedicado por el alumno, la calidad de

las presentaciones preparadas, la participación activa en foros, y la elaboración de trabajos individuales o grupales.

- E1. Participación virtual en los foros.
- E2. Revisión por portfolio de tareas realizadas: análisis del desempeño acumulado.
- E3. Realización de, al menos, dos trabajos de revisión bibliográfica.
- E4. Presentación de resúmenes críticos de trabajos previamente encomendados

DESCRIPCIÓN DE LAS PRUEBAS QUE FORMARÁN PARTE DE LA EVALUACIÓN ÚNICA FINAL ESTABLECIDA EN LA *NORMATIVA DE EVALUACIÓN Y DE CALIFICACIÓN DE LOS ESTUDIANTES DE LA UNIVERSIDAD DE GRANADA*

El artículo 8 de la Normativa de Evaluación y Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada establece que podrán acogerse a la evaluación única final, el estudiante que no pueda cumplir con el método de evaluación continua por causas justificadas.
Para acogerse a la evaluación única final, el estudiante, en las dos primeras semanas de impartición de la asignatura o en las dos semanas siguientes a su matriculación si ésta se ha producido con posterioridad al inicio de las clases o por causa sobrevenidas. Lo solicitará, a través del procedimiento electrónico, a la Coordinación del Máster, quien dará traslado al profesorado correspondiente, alegando y acreditando las razones que le asisten para no poder seguir el sistema de evaluación continua.

La evaluación en tal caso consistirá en los mismos criterios que la ordinaria dado que puede realizarlo virtualmente.

ESCENARIO A (ENSEÑANZA-APRENDIZAJE PRESENCIAL Y NO PRESENCIAL)

ATENCIÓN TUTORIAL

HORARIO (Según lo establecido en el POD)	**HERRAMIENTAS PARA LA ATENCIÓN TUTORIAL (Indicar medios telemáticos para la atención tutorial)**
Igual que lo indicado anteriormente	• Correo electrónico • Google Meet

MEDIDAS DE ADAPTACIÓN DE LA METODOLOGÍA DOCENTE

- Sin adaptación

MEDIDAS DE ADAPTACIÓN DE LA EVALUACIÓN (Instrumentos, criterios y porcentajes sobre la calificación final)

Convocatoria Ordinaria

- Sin adaptación

Convocatoria Extraordinaria

- Sin adaptación

Evaluación Única Final

Sin adaptación

ESCENARIO B (SUSPENSIÓN DE LA ACTIVIDAD PRESENCIAL)

ATENCIÓN TUTORIAL	
HORARIO **(Según lo establecido en el POD)**	**HERRAMIENTAS PARA LA ATENCIÓN TUTORIAL** **(Indicar medios telemáticos para la atención tutorial)**
Sin adaptación	• Correo electrónico • Google Meet
MEDIDAS DE ADAPTACIÓN DE LA METODOLOGÍA DOCENTE	
Sin adaptación	
MEDIDAS DE ADAPTACIÓN DE LA EVALUACIÓN (Instrumentos, criterios y porcentajes sobre la calificación final)	
Convocatoria Ordinaria	
• Sin adaptación	
Convocatoria Extraordinaria	
• Sin adaptación	
Evaluación Única Final	
• Sin adaptación	