

SEMESTRE	CRÉDITOS	CARÁCTER	TIPO DE ENSEÑANZA	IDIOMA DE IMPARTICIÓN
1º	4	Optativa	Presencial / Semipresencial / Virtual	Español
MÓDULO		Módulo III: Cursos especializados		
MATERIA		Pensamiento Numérico y Algebraico I		
CENTRO RESPONSABLE DEL TÍTULO		Escuela Internacional de Posgrado		
MÁSTER EN EL QUE SE IMPARTE		Máster Universitario en Didáctica de la Matemática		
CENTRO EN EL QUE SE IMPARTE LA DOCENCIA		Facultad de Ciencias de la Educación		
PROFESORES⁽¹⁾				
María C. Cañadas				
DIRECCIÓN		Dpto. Didáctica de la Matemática, 2ª planta, Facultad de Ciencias de la Educación. Despacho 363-1. Correo electrónico: mconsu@ugr.es		
TUTORÍAS		Primer semestre: Lunes, 9:30-10:30h y 13:30-14:30h; Miércoles, 11:30-15:30h. Segundo semestre: Martes, 9:30-12:30h; Jueves, 9:30-12:30h.		
Luis Puig				
DIRECCIÓN		Dpto. Didáctica de la Matemática, Universidad de Valencia. Correo electrónico: luis.puig@uv.es		
TUTORÍAS		Contactar por correo electrónico para dudas o para concertar cita virtual o personal durante las visitas del profesor a la Universidad de Granada.		
COMPETENCIAS GENERALES Y ESPECÍFICAS				
<i>Competencias generales</i>				
<ul style="list-style-type: none"> CG2. Integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios. 				

¹ Consulte posible actualización en Acceso Identificado > Aplicaciones > Ordenación Docente

(∞) Esta guía docente debe ser cumplimentada siguiendo la "Normativa de Evaluación y de Calificación de los estudiantes de la Universidad de Granada" ([http://secretariageneral.ugr.es/pages/normativa/fichasugr/ngc7121/!](http://secretariageneral.ugr.es/pages/normativa/fichasugr/ngc7121/))

- CG3. Comunicar sus conclusiones –y los conocimientos y razones últimas que las sustentan– a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.
- CG4. Aprender de manera autodirigida y autónoma a lo largo de la vida profesional.

Competencias específicas

Las siguientes competencias específicas, propias del título de máster en Didáctica de las Matemáticas, serán desarrolladas al abordar el estudio de los problemas y contenidos relativos al campo del Pensamiento numérico y algebraico:

- *CE1. Plantear y evaluar problemas de investigación en Didáctica de la Matemática.*
 - CE1.1. Analizar críticamente la literatura científica en Didáctica de la Matemática
 - CE1.2. Buscar fuentes bibliográficas, así como analizar y organizar la literatura existente sobre temas específicos relacionados con la Didáctica de la Matemática.
- *CE3. Seleccionar, elaborar, analizar e interpretar los datos en una investigación en educación matemática; Interpretar y presentar los resultados de una investigación.*
 - CE3.1. Aplicar los conocimientos adquiridos a la práctica en: a) la investigación propia de la Didáctica de las Matemáticas; b) el ámbito de la enseñanza de las matemáticas.
 - CE3.2. Adquirir o mejorar las habilidades de exposición oral y escrita de trabajos teóricos y de investigación.
 - CE3.3. Fomentar el espíritu crítico, reflexivo e innovador para mejorar la educación matemática a partir de la investigación.

OBJETIVOS O RESULTADOS DE APRENDIZAJE (SEGÚN LA MEMORIA DE VERIFICACIÓN DEL TÍTULO)

- El alumno sabrá/comprenderá:
 - Tomar contacto y delimitar los constructos Pensamiento Numérico y Pensamiento Algebraico
 - Obtener conocimientos acerca de aspectos teóricos y uso correcto de la terminología específica relacionada con el Pensamiento Numérico y Algebraico.
 - Estudiar teorías de aprendizaje en relación de la comprensión y construcción de los conceptos numéricos y algebraicos por parte de los individuos
 - Analizar investigaciones realizadas en Pensamiento Numérico y Algebraico, con especial énfasis en las diferentes metodologías utilizadas en dichas investigaciones.
- El alumno será capaz de:
 - Trabajar de forma autónoma con documentos escritos, ya hagan referencia a elementos teóricos o recojan un informe de investigación.
 - Llevar a cabo la búsqueda y solución de un problema de investigación en el campo del Pensamiento - Participar en debates académicos en el contexto de la investigación en Didáctica de la Matemática.

BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (SEGÚN LA MEMORIA DE VERIFICACIÓN DEL TÍTULO)

1. Campo de investigación Pensamiento Numérico y Algebraico. Sus objetivos. Problemas que aborda. Principales teorías de la Educación Matemática en las que apoya. Agendas de investigación en este campo de investigación. Búsqueda de informes de investigación, en papel y a través de la Red.
2. Desarrollo histórico de los sistemas numéricos (Naturales, Racionales, Enteros) y la introducción del álgebra. Elementos de Matemática Discreta y de Teoría de Números. Problemas relacionados. Elementos de la enseñanza/aprendizaje en relación con dichas partes de la matemática.
3. Problemas "vivos" en este campo de investigación dentro de la Educación Matemática

TEMARIO DETALLADO DE LA ASIGNATURA

TEMARIO TEÓRICO:

- Tema 1. Pensamiento numérico y sentido numérico.



- Tema 2. Razonamiento y construcción del conocimiento aritmético y algebraico.
- Tema 3. Introducción al pensamiento algebraico.
- Tema 4. Historia de las ideas algebraicas para la investigación en didáctica de las matemáticas.

BIBLIOGRAFÍA

- Arcavi, A. (1994). Symbol sense: informal sense-making in formal mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 1(3), 24-35. Disponible en <http://www.fisme.science.uu.nl/fisme/nl/projecten/minisymposiumalgebraict/Arcavi1994FLM.pdf>
- Bednarz, N., Kieran, C. y Lee, L. (Eds.) (1996). *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching*. Dordrecht, Países Bajos: Kluwer Academic.
- Blanton, M. L. y Kaput, J. J. (2004). Elementary grades students' capacity for functional thinking. En M. Hoines y A. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 135-142). Bergen, Noruega: Bergen University College.
- Blanton, M. L. y Kaput, J. J. (2011). Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. En J. Cai y E. Knuth (Eds.), *Early algebraization, advances in mathematics education* (pp. 5-23). Nueva York, NY: Springer.
- Cañadas, M. C. (2016). Álgebra escolar: un enfoque funcional. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 73, 7-13.
- Cañadas, M. C., Brizuela, B. M., y Blanton, M. (2016). *The Journal of Mathematical Behavior*, 41, 87-103.
- Cañadas, M. C. y Castro, E. (2007). A proposal of categorisation for analysing inductive reasoning. *PNA*, 1(2), 67-78.
- Castro, E. (1995). *Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales*. Granada, España: Comares.
- Castro, E. y Castro, E. (1997). Representaciones y modelización. En L. Rico (Coord.), *La Educación Matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 95-122). Barcelona, España: ICE-Orsori.
- Castro, E. (2012). Dificultades en el aprendizaje del álgebra escolar. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp 75-94). Baeza, España: SEIEM.
- Castro, E., Cañadas, M. C. y Molina, M. (2010). El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. *UNO*, 54, 55-67.
- Johnsonbaugh, R. (2005). *Matemáticas discretas*. México, DF: Pearson Educación.
- Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? En J. J. Kaput, D. W. Carraher y M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5-17). Nueva York, NY: Routledge.
- Kaput, J. J. y Blanton, M. L. (2005) Algebrafying the elementary mathematics experience in a teacher-centered, systemic way. En T. Romberg, T. Carpenter y F. Dremock (Eds.), *Understanding mathematics and science matters* (pp. 99- 125). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kieran, C. (Ed.). (2018). *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds: The global evolution of an emerging field of research and practice*. Nueva York, NY: Springer.
- López, A., Castro, E. y Cañadas, M. C. (2013). Significados de las relaciones “ser múltiplo” y “ser divisor” mostradas por maestros de educación primaria en formación. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 355-365). Bilbao, España: SEIEM.
- Morales, R. A., Cañadas, M. C., Brizuela, B. M. y Gómez, P. (2018). Relaciones funcionales y estrategias de alumnos de primero de Educación Primaria en un contexto funcional. *Enseñanza de las Ciencias*, 36(3), 59-78.
- Pinto, E. y Cañadas, M. C. (2018). Generalización y razonamiento inductivo en una estudiante de cuarto de primaria. Un estudio de caso desde el pensamiento funcional. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar- González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 457- 466). Gijón, España: SEIEM.
- Puig, L. y Cerdán, F. (1990) Acerca del carácter aritmético o algebraico de los problemas verbales. En E. Filloy y T. Rojano (Eds.) *Memorias del Segundo Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática* (pp. 35-48). Cuernavaca, Morelos: PNFAPM.
- Puig, L. (2006). La resolución de problemas en la historia de las matemáticas. En Aymerich, José V. y Macario, Sergio (Eds.) *Matemáticas para el siglo XXI* (pp. 39-57) Castellón: Publicacions de la Universitat Jaume I.



- Puig, L. (2008). History of algebraic ideas and research on educational algebra. In M. Niss (Ed.) Proceedings of the Tenth International Congress on Mathematical Education. CD-version. Roskilde: IMFUFA, Department of Science, Systems and Models, Roskilde University. ISBN: 978-87-7349-733-3.
- Puig, L. (2008). Historias de al-Khwārizmī (1ª entrega). Suma, 58, pp. 125-130.
- Puig, L. (2008). Historias de al-Khwārizmī (2ª entrega). Los Libros. Suma, 59, pp. 105-112.
- Puig, L. (2009). Historias de al-Khwārizmī (3ª entrega). Orígenes del álgebra. Suma, 60, pp. 103-108.
- Puig, L. (2009). Protoálgebra en Babilonia (1ª entrega). Suma, 61, pp. 93-98.
- Puig, L. y Navarro, T. (2010). Protoálgebra en Babilonia (2ª entrega). Métodos de solución. Suma, 64, pp. 97-104.
- Puig, L. (2010). Historias de al-Khwārizmī (4ª entrega). El proyecto algebraico. Suma, 65, pp. 87-94.
- Puig, L. (2012). Observaciones acerca del propósito del álgebra educativa. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), Investigación en Educación Matemática XVI (Anexo, pp. 1-20). Jaén: SEIEM.
- Puig, L., y Rojano, T. (2004). The history of algebra in mathematics education. En K. Stacey, H. Chick, y M. Kendal (Eds.), The future of the teaching and learning of algebra: The 12th ICMI study (pp. 189-224). Boston / Dordrecht / New York / London: Kluwer Academic Publishers. Disponible en <http://www.uv.es/puigl/textos.htm>
- Radford, L. (2001). The historical origins of algebraic thinking. En R. Sutherland, T. Rojano, A. Bell, R. Lins (Eds.), Perspectives on school algebra (pp. 13-63). Dordrecht, Países Bajos: Kluwer.
- Radford, L. y Puig, L. (2007). Syntax and meaning as sensuous, Visual, historical forms of algebraic thinking. Educational Studies in Mathematics 66, 2, 145-164.
- Rico L., Castro E. y Romero I. (2000). Sistemas de representación y aprendizaje de estructuras numéricas. En J. A. Beltrán, V. Bermejo, L. F. Pérez, M. D. Prieto, D. Vence y R. González (Eds.), Intervención psicopedagógica y currículum escolar (pp. 153-182). Madrid, España: Psicología.
- Valverde, A. G. y Castro, E. (2009). Actuaciones de maestros en formación en la resolución de problemas de proporcionalidad directa. En M. J. González, M. T. González y J. Murillo (Eds.), Investigación en Educación Matemática XIII (pp. 95-122). SEIEM. Santander, España: SEIEM.
- Wertheimer, M. (1991). La famosa historia del pequeño Gauss. Capítulo tres del libro "El pensamiento productivo". Barcelona, España: Paidós.
- Zazkis, R. y Campbell, S. (2006). Number theory in mathematics education. New Jersey, NJ: LEA.

ENLACES RECOMENDADOS (OPCIONAL)

Universidad de Granada: <https://www.ugr.es/>

Escuela Internacional de Posgrado de la UGR: https://escuelaposgrado.ugr.es/pages/masteres_oficiales

Master Didáctica de la Matemática: <http://masteres.ugr.es/didacticamatematica/>

Plataforma Moodle: <http://prado.ugr.es>

Videosala: <https://cevug.adobeconnect.com/didacticamatematica>

Sala meet: <https://go.ugr.es/>

METODOLOGÍA DOCENTE

Utilizaremos la plataforma Prado 2 para compartir información y facilitar las interacciones entre los profesores y los estudiantes, y entre estudiantes. Dicho recurso está disponible en la dirección web: <http://prado.ugr.es/moodle/>

En las sesiones presenciales el profesor responsable asistirá presencialmente a la facultad. Esas sesiones también serán transmitidas de virtualmente para los estudiantes que sigan la asignatura de forma virtual-sincrónica. Se hará un vídeo de la sesión y se compartirá con los estudiantes de la asignatura, para aquellos que sigan la asignatura de forma virtual-asincrónica.



Orientaciones para el trabajo de participación del alumno: el alumnado, una vez comience el curso, es responsable de estar atento a todas las comunicaciones, que se harán a través de Prado y/o a través del correo electrónico institucional de la Universidad de Granada.

El trabajo a realizar por los estudiantes se resume en las siguientes actividades formativas:

- A1. Lectura crítica de documentos específicos aportados.
- A2. Discusión, presencial y virtual, del contenido de documentos encomendados.
- A3. Participación en foros.
- A4. Realización de trabajos requeridos.

Tutorización: Los estudiantes serán atendidos directamente por los profesores, a través de las vías establecidas, presencial o virtualmente.

EVALUACIÓN (INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y PORCENTAJE SOBRE LA CALIFICACIÓN FINAL, ETC.)

CONVOCATORIA ORDINARIA

El artículo 17 de la Normativa de Evaluación y Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada establece que la convocatoria ordinaria estará basada preferentemente en la evaluación continua del estudiante, excepto para quienes se les haya reconocido el derecho a la evaluación única final.

Para la evaluación de los alumnos se consideran los siguientes elementos

- E1. Participación activa en el desarrollo de la materia durante el periodo lectivo del curso, tanto presencial como virtualmente (foros). (20%)
- E2. Calidad de los trabajos realizados. (60%)
- E3. Claridad y profundidad en la presentación de las ideas. (20%)

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

El artículo 19 de la Normativa de Evaluación y Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada establece que los estudiantes que no hayan superado la asignatura en la convocatoria ordinaria dispondrán de una convocatoria extraordinaria. A ella podrán concurrir todos los estudiantes, con independencia de haber seguido o no un proceso de evaluación continua. De esta forma, el estudiante que no haya realizado la evaluación continua tendrá la posibilidad de obtener el 100% de la calificación mediante la realización de una prueba y/o trabajo.

Se tendrán en cuenta:

- E2. Calidad de los trabajos realizados. (70%)
- E3. Claridad y profundidad en la presentación de las ideas. (30%)

DESCRIPCIÓN DE LAS PRUEBAS QUE FORMARÁN PARTE DE LA EVALUACIÓN ÚNICA FINAL ESTABLECIDA EN LA NORMATIVA DE EVALUACIÓN Y DE CALIFICACIÓN DE LOS ESTUDIANTES DE LA UNIVERSIDAD DE GRANADA

El artículo 8 de la Normativa de Evaluación y Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada establece que podrán acogerse a la evaluación única final, el estudiante que no pueda cumplir con el método de evaluación continua por causas justificadas.

Para acogerse a la evaluación única final, el estudiante, en las dos primeras semanas de impartición de la asignatura o en las dos semanas siguientes a su matriculación si ésta se ha producido con posterioridad al inicio de las clases o por causa sobrevenidas. Lo solicitará, a través del procedimiento electrónico, a la Coordinación del Máster, quien dará traslado al profesorado correspondiente, alegando y acreditando las razones que le asisten para no poder seguir el sistema de evaluación continua.

Se tendrán en cuenta:

- E2. Calidad de los trabajos realizados. (70%)



E3. Claridad y profundidad en la presentación de las ideas. (30%)

ESCENARIO A (ENSEÑANZA-APRENDIZAJE PRESENCIAL Y NO PRESENCIAL)

ATENCIÓN TUTORIAL

HORARIO (Según lo establecido en el POD)	HERRAMIENTAS PARA LA ATENCIÓN TUTORIAL (Indicar medios telemáticos para la atención tutorial)
<ul style="list-style-type: none">• María C. Cañadas Santiago: Primer semestre: Lunes, 9:30-10:30h y 13:30-14:30h; Miércoles, 11:30-15:30h. Segundo semestre: Martes, 9:30-12:30h; Jueves, 9:30-12:30h.• Luis Puis Espinosa: Contactar por correo electrónico para consultas o para concertar tutorías virtuales o presenciales (luis.puig@uv.es)	<ul style="list-style-type: none">• Correos electrónicos (mconsu@ugr.es y luis.puig@uv.es)• Comunicación por mensajería de PRADO• Foros en PRADO• Por videoconferencia, si es solicitado

MEDIDAS DE ADAPTACIÓN DE LA METODOLOGÍA DOCENTE

Las sesiones podrán ser seguidas por videoconferencia, para poder respetar las distancias de seguridad que se requieran.

Tutorización: se podrá realizar mediante las herramientas mencionadas anteriormente.

MEDIDAS DE ADAPTACIÓN DE LA EVALUACIÓN (Instrumentos, criterios y porcentajes sobre la calificación final)

Convocatoria Ordinaria

- Sin adaptaciones

Convocatoria Extraordinaria

- Sin adaptaciones

Evaluación Única Final

- Sin adaptaciones

ESCENARIO B (SUSPENSIÓN DE LA ACTIVIDAD PRESENCIAL)

ATENCIÓN TUTORIAL

HORARIO (Según lo establecido en el POD)	HERRAMIENTAS PARA LA ATENCIÓN TUTORIAL (Indicar medios telemáticos para la atención tutorial)
<ul style="list-style-type: none">• María C. Cañadas Santiago: Primer semestre: Lunes, 9:30-10:30h y 13:30-14:30h; Miércoles, 11:30-15:30h. Segundo semestre: Martes, 9:30-12:30h; Jueves, 9:30-12:30h.• Luis Puis Espinosa: Contactar por correo electrónico para consultas o para concertar tutorías virtuales o presenciales	<ul style="list-style-type: none">• Correos electrónicos (mconsu@ugr.es y luis.puig@uv.es)• Comunicación por mensajería de PRADO• Foros en PRADO• Por videoconferencia, si es solicitado



(luis.puig@uv.es)	
MEDIDAS DE ADAPTACIÓN DE LA METODOLOGÍA DOCENTE	
<ul style="list-style-type: none"> • Adoptar la metodología de la modalidad virtual a los estudiantes de la modalidad presencial. 	
MEDIDAS DE ADAPTACIÓN DE LA EVALUACIÓN (Instrumentos, criterios y porcentajes sobre la calificación final)	
Convocatoria Ordinaria	
<ul style="list-style-type: none"> • Sin adaptaciones 	
Convocatoria Extraordinaria	
<ul style="list-style-type: none"> • Sin adaptaciones 	
Evaluación Única Final	
<ul style="list-style-type: none"> • Sin adaptaciones 	

